# Etude de l'écoulement d'un nanofluide non newtonien dans une conduite

LABSI Nabila<sup>#1</sup>, ALLALOU Nesrine<sup>#2</sup>, TOUDJA Nihal<sup>#3</sup>, BENKAHLA Youb Khaled<sup>#4</sup>

<sup>#</sup>Laboratoire des Phénomènes de Transfert (équipe RSNE), Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene BP. 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger, ALGERIE

<sup>1</sup>nabilalabsi@yahoo.fr, nlabsi@usthb.dz
<sup>2</sup>nesrineallalou@yahoo.fr
<sup>3</sup>nihale.toudja@gmail.com
<sup>4</sup>youbenkahla@yahoo.fr

*Abstract*— L'étude traite de l'écoulement laminaire et stationnaire d'un nanofluide non newtonien incompressible obéissant au modèle rhéologique de Carreau-Yasuda, chargé en nanoparticules d'Argent, dans une conduite à section droite circulaire, maintenue à température pariétale constante et uniforme. Les équations générales de conservation (équation de continuité, de l'impulsion et de l'énergie) ont été discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis et résolues par le biais d'un code de calcul fait maison. L'étude se focalise sur l'influence des propriétés rhéologiques du nanofluide et de la concentration en nanoparticules sur le comportement hydrodynamique et thermique de l'écoulement.

*Keywords* — Modèle de Carreau-Yasuda, nanofluide non newtonien, nombre de Weissenberg, facteur de friction, nombre de Nusselt, méthode des volumes finie, conduite à section droite circulaire.

## I. INTRODUCTION

L'analyse de l'écoulement de fluides non newtonien obéissant au modèle rhéologique de Carreau ou de Carreau-Yasuda a suscité l'intérêt de plusieurs chercheurs [1-4]. Afin d'intensifier les échanges thermiques, les chercheurs ont pensé à charger les fluides en nanoparticules. Ainsi, ces dernières ont été introduites dans des fluides de base newtoniens ou non newtoniens. Il est à noter que leur ajout aux fluides pourrait complètement modifier le comportement de ces derniers. Cependant, l'ajout de nanoparticules est bénéfique d'un point de vue thermique, mais pas d'un point de vue hydrodynamique, comme il a été révélé dans plusieurs travaux ayant trait à ces fluides [5,6].

## II. FORMULATION MATHÉMATIQUE ET MODÉLISATION NUMÉRIQUE

Considérons l'écoulement stationnaire, axisymétrique et laminaire d'un nanofluide non newtonien incompressible dans une conduite de diamètre D et de longueur L. Les propriétés physiques et rhéologiques du mélange dilué sont constantes et uniformes. Le nanofluide non newtonien analysé dans le présent travail consiste en une suspension de nanoparticules dans un liquide non newtonien obéissant au modèle rhéologique de Carreau-Yasuda. Afin d'approcher la réalité, l'argent (Ag) sous forme de nanoparticules est dispersé dans du polyéthylène fondu considéré comme liquide de base. Ce dernier s'est avéré être un fluide obéissant au modèle rhéologique de Carreau-Yasuda [7].

Les équations générales de conservation s'écrivent comme suit :

$$\frac{1}{R}\frac{\partial(RV)}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0$$
(1)
$$\frac{1}{R}\frac{\partial(RVV)}{\partial R} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} = -\frac{\partial P^*}{\partial R} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\rho_f}{\rho_{nf}}\right)\left(\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}\right)\left[\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(\eta_{eff} R\frac{\partial V}{\partial R}\right) + \frac{\partial}{\partial X}\left(\eta_{eff} \frac{\partial V}{\partial X}\right)\right]$$

$$+ \frac{1}{Re}\left(\frac{\rho_f}{\rho_{nf}}\right)\left(\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}\right)\left[\frac{V}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(\eta_{eff}\right) - \eta_{eff} \frac{V}{R^2} + \frac{\partial}{\partial X}\left(\eta_{eff}\right)\frac{\partial U}{\partial R} + R\frac{\partial}{\partial R}\left(\eta_{eff}\right)\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{V}{R}\right)\right]$$
(2)
$$\frac{1}{R}\frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\rho_f}{\rho_{nf}}\right)\left(\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}\right)\left[\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(\eta_{eff} R\frac{\partial U}{\partial R}\right) + \frac{\partial}{\partial X}\left(\eta_{eff} \frac{\partial U}{\partial X}\right)\right]$$

$$+ \frac{1}{Re}\left(\frac{\rho_f}{\rho_{nf}}\right)\left(\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}\right)\left[\frac{\partial}{\partial R}\left(\eta_{eff}\right)\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X}\left(\eta_{eff}\right)\frac{\partial U}{\partial X}\right]$$
(3)

Copyright © 2025 ISSN: 1737-9334 11th International Conference on Green Energy & Environmental Engineering (GEEE-2025) Proceedings of Engineering & Technology – PET-Vol 93, pp.1-5

$$\frac{1}{R}\frac{\partial(RV\theta)}{\partial R} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} = \frac{1}{\Pr \operatorname{Re}}\frac{\alpha_{nf}}{\alpha_{f}} \left[ \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} \left( R\frac{\partial\theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^{2}\theta}{\partial X^{2}} \right]$$
(4)

Le second invariant est donné par l'expression adimensionnelle suivante :

$$\mathbf{x}^{*} = 2\left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{R}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{X}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{R}}\right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{R}} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{X}}\right)^2$$
(5)

 $\eta_{eff}$  représente la viscosité apparente adimensionnelle du nanofluide non newtonien et ce, en négligeant la viscosité à cisaillement infini :

$$\eta_{\text{eff}} = \left[1 + (We \mathscr{K})^a\right]^{\frac{n-1}{a}} \tag{6}$$

We représente le nombre de Weissenberg, n l'indice d'écoulement et  $\phi$  la fraction volumique en nanoparticules.

Dans la partie de l'étude présentée dans cet article, nous considérons que l'indice d'écoulement n = 0,221 et que l'exposant de Yasuda a = 0,215 [7].

La résolution des équations de conservation nécessite l'application de conditions aux frontières qui consistent en une vitesse axiale et température uniformes à l'entrée de la conduite ( $U = \theta = 1$ , V = 0) et les conditions de non glissement et de non pénétration à la paroi (U = V = 0) ainsi qu'une température constante à la paroi ( $\theta = 0$ ).

Le système elliptique d'équations aux dérivées partielles (1)-(4) et les conditions aux limites associées sont discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis proposée par Patankar [8] et résolues à l'aide d'un code de calcul maison basé sur la méthode de résolution ligne par ligne. Un maillage non uniforme optimal est adopté ; il consiste en 250 et 40 nœuds suivant la direction axiale et radiale, respectivement (250x40). Le critère de convergence, basé sur le résidu, est fixé à  $10^{-5}$  pour les composantes de vitesse et à  $10^{-6}$  pour la pression.

Afin de valider le code de calcul, nous avons considéré le cas limite d'un fluide newtonien (n = 1 et/ou We = 0). Ainsi, nos résultats, concernant le profil de vitesse axiale, ont été comparés à ceux de Min et *al.* [9]. La comparaison, illustrée dans la Figure 1, montre une bonne concordance entre les deux résultats puisque l'écart relatif ne dépasse pas 2%.



Fig. 1 Profil de vitesse axiale.  $Pe = Re^*Pr = 50$ , We = 0

## III. RÉSULTATS ET DISCUSSION

L'objectif de la présente étude est d'analyser le comportement hydrodynamique et thermique de l'écoulement, sous l'effet de l'augmentation de la fraction volumique en nanoparticules d'Argent ( $0 \le \phi \le 0.05$ ) et de celle du nombre de Weissenberg ( $0 \le We \le 2.20$ ).

Les résultats montrent que la présence des nanoparticules ainsi que l'augmentation de leur fraction volumique entraînent une augmentation du facteur de friction de Fanning (f Re)<sub>x</sub>. Leur présence intensifie les frottements

visqueux au sein du fluide et amplifie ainsi la chute de pression, ce qui agit négativement sur l'écoulement. L'augmentation du nombre de Weissenberg, quant à elle, entraîne une diminution à la fois de la vitesse centrale et du facteur de friction de Fanning puisque la viscosité apparente du nanofluide est directement proportionnelle à la variation du nombre de Weissenberg.

8





Fig. 2 Evolution axiale du facteur de friction de Fanning en fonction de la fraction volumique en nanoparticules. Pe = 1000, We = 0.68.

Fig. 3 Evolution axiale du facteur de friction de Fanning en fonction du nombre de Weissenberg. Pe = 1000,  $\phi = 0.04$ .

Cependant, l'effet de ces deux paramètres est presque inexistant sur l'évolution du nombre de Nusselt le long de la conduite. Ceci pourrait être dû au type de nanoparticules utilisé et à ses faibles concentrations (Figure 4) et aussi les valeurs du nombre de Weissenberg considérées (Figure 5).



Fig. 4 Evolution axiale du nombre de Nusselt en fonction de la fraction volumique en nanoparticules. Pe = 1000, We = 0.68.



Fig. 5 Evolution axiale du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Weissenberg. Pe = 1000,  $\varphi$  = 0,04.

## IV. CONCLUSIONS

L'analyse de l'écoulement dans une conduite, d'un nanofluide non newtonien constitué de nanoparticules d'Argent dispersés dans du polyéthylène fondu considéré comme liquide de base obéissant au modèle rhéologique de Carreau-Yasuda a fait l'objet de la présente étude.

Les résultats montrent l'augmentation du facteur de friction de Fanning, et donc des pertes de charges dans la conduite, est favorisée par l'augmentation de la fraction volumique en nanopartocules d'une part et par la diminution du nombre de Weissenberg d'autre part. Cependant, l'effet est presque insignifiant sur le comportement thermique de l'écoulement, à travers le nombre de Nusselt.

11th International Conference on Green Energy & Environmental Engineering (GEEE-2025) Proceedings of Engineering & Technology – PET-Vol 93, pp.1-5

## ACKNOWLEDGMENT

Les auteurs remercient la Direction Générale de la Recherche Scientifique et du Développement Technologique (DGRSDT) du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique d'Algérie.

## REFERENCES

- [1] Z. Alloui, P. Vasseur, "Natural convection of Carreau-Yasuda non-newtonian fluids in a vertical cavity heated from the sides," *J. Heat Mass Transfer*, Vol. 84, pp. 912-924, 2015.
- [2] F. Rousset, S. Millet, V. Botton, H. Ben Hadid, "Temporal stability of Carreau fluid flow down an incline," *J. Fluids Eng.*, Vol. 129, pp. 913-920, 2007.
- [3] F.M. Abbasi, T. Hayat, A. Alsaedi, "Numerical analysis for MHD peristaltic transport of Carreau-Yasuda fluid in a curved channel with hall effects," *J. Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 382, pp. 104-110, 2015.
- [4] S. Lounis, R. Rebhi, N. Hadidi, G. Lorenzini, Y. Menni, H. Ameur, N.A. Che Sidik, "Thermo-solutal convection of Carreau-Yasuda non-Newtonian fluids in inclined square cavities under Dufour and Soret impacts," *CFD Letters.*, Vol. 14(3), pp. 96-118, 2022.
- [5] Z. Nisar, T. Hayat, A. Alsaedi, S. Momani, "Peristaltic flow of chemically reactive Carreau-Yasuda nanofluid with modified Darcy's expression," *Materialstoday Communications*, Vol. 33, Article 104532, 2022.
- [6] M. Bilal, I. Ullah, M.M. Alam, S.I. Shah, S.M. Eldin, "Energy transfer in Carreau Yasuda liquid influenced by engine oil with Magnetic dipole using tri-hybrid nanoparticles," *Scientific Reports*, Vol. 13, Article 5432. DOI: https://doi.org/10.1038/s41598-023-32052-2, 2023.
- [7] M. Ansari, T. Zisis, S.G. Hatzikiriakos, E. Mitsoulis, "Capillary flow of low-density polyethylene, Polymer Engineering and Science," Vol. 52(3), pp. 649-662, 2012, DOI: https://doi.org/10.1002/pen.22130
- [8] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, New York, 1980.
- [9] T. Min, H.G. Choi, J.Y. Yoo, H. Choi, "Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe-II. Numerical approach-hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow," *Int. J. Heat Mass Trans*, vol. 40, pp. 3689-3701, 1997.

NOMENCLATURE

- a parameter de Yasuda
- D diameter de la conduite (m)
- k Conductivité thermique du fluide (W/m °C)
- L longueur de la conduite (m)
- n indice d'écoulement de Carreau
- Pe nombre de Peclet, = Re Pr
- Pr nombre de Prandtl
- **P**<sup>\*</sup> pression adimensionnelle,  $= p^* / \rho V_0^2$
- p\* pression (Pa)
- r coordonnée radiale (m)
- R coordonnée radiale adimensionnelle, = r/D
- Re nombre de Reynolds
- U vitesse axiale adimensionnelle, =  $V_x/V_0$
- V vitesse radiale adimensionnelle, =  $V_r / V_0$
- $V_x$  vitesse axiale (m/s)
- V<sub>r</sub> vitesse radiale (m/s)
- $V_0$  vitesse d'entrée (m/s)
- x coordonnée axiale (m)
- X coordonnée axiale adimensionnelle, = x/D

Symboles grecs:

- & taux de cisaillement (s<sup>-1</sup>)
- $\overset{\circ}{k}$  taux de cisaillement adimensionnelle, =  $\overset{\circ}{k}D/V_0$
- $\rho$  masse volumique du fluide (kg/m<sup>3</sup>)

Indices :

- f fluide
- nf nanofluide