

# Convection Mixte Dans Une Cavité Carrée En Présence D'un Bloc Soumis à une Température Froide

M. ADNANI<sup>1,2</sup>, B. MEZIANI<sup>1</sup> and O. OURRAD<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Physique Théorique, Faculté des Sciences Exactes, Université de Bejaia, 06000, Algérie.

<sup>2</sup> Département de Génie Mécanique, Faculté de Technologie, Université de Bejaia, 06000, Algérie.

Auteur correspondant ; massi\_univst06@hotmail.fr

**Abstract**—Dans ce travail, nous présentons une étude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée en présence d'un bloc froid à l'intérieure de la cavité. L'étude a été faite en fonction du nombre de Richardson et en fonction du sens du mouvement des parois horizontales de la cavité. Les résultats indiquent que dans toute les situations le transfert de chaleur et le champ d'écoulement augmentent avec l'augmentation du Ri. En revanche, aux faibles gradients de températures le transfert thermique varié en fonction du sens du mouvement des parois horizontales et tend vers des situations invariantes indépendamment du sens du mouvement à des valeurs très élevées de Richardson.

**Mots-Clés ; Convection, Richardson, Cavité, bloc froid**

## I. INTRODUCTION

Le transfert de chaleur par convection mixte qui se développe dans des cavités carrées trouve des applications dans plusieurs domaines et des phénomènes naturels tels que les centrales thermiques, les industries pétrochimiques, l'aérospatiale, la construction et les capteurs solaires ... etc. L'écoulement entraîné par les conditions aux limites thermiques et cinématiques à travers la cavité provoque une force de flottabilité et crée une convection mixte lorsque le nombre de Grashof et de Reynolds augmente. Par conséquent, des modèles compliqués de transfert de chaleur se produisent à l'intérieur de la cavité pour différentes valeurs Grashof et Reynolds chiffres[1]. De nombreuses études ont été menées sur le transfert de chaleur par convection mixte dans une enceinte carrée sous diverses conditions aux limites thermiques et cinématiques[2]–[4]. Cette modification introduit de nombreuses autres complexités qui modifient la nature du champ d'écoulement et le transfert de chaleur, conséquence des forces de flottabilité entraînées par des gradients de température, qui tendent à augmenter le transfert de chaleur. Ainsi, la convection mixte se prononce de plus en plus avec l'augmentation du nombre de Richardson.

Le cas de la convection mixte dans une cavité carrée en

présence d'un bloque à l'intérieure a été mise en évidence par [5]. Les parois latérales de la cavité sont maintenues à une température froide et le bloque est soumis à une température chaude. Les auteurs ont mis l'accent sur le comportement de fluide et le transfert de chaleur qui se développe à l'intérieure de l'enceinte en fonction des paramètres de contrôle à savoir ; le nombre de Richardson, le rapport de forme du bloque et son excentricité. Les résultats montrent que, pour une petite taille du bloque ceci n'affecte pas le transfert de chaleur avec l'augmentation du nombre de Richardson.

Les principales caractéristiques de la convection mixte dans les cavités partiellement ouvertes avec des sources de chaleur internes sont étudiées à l'aide d'un modèle tridimensionnel transitoire par [6]. Les résultats montrent que les forces de flottabilité sont dominantes pour les valeurs de Reynolds et Rayleigh faibles, et dans ce cas, le champ d'écoulement correspond à deux recirculations tournant dans des directions opposées.

La convection mixte stable et instable dans une cavité cubique située au bas d'un canal carré a été analysé par [7]. Les nombres de Reynolds basés sur la vitesse moyenne de l'écoulement et la largeur du canal varie entre (1000 et 1500) et le nombre de Richardson varie entre (0.1 et 10). Les résultats montrent que, Pour  $100 \leq Re \leq 1500$  et  $Ri \leq 0,1$ , le débit est stable et il consiste en un seul rouleau qui présente des vitesses plus importantes lorsque le nombre de Richardson augmente. Un flux périodique instable se trouve à  $Re = 100$  et  $Ri = 10$ .

Le transfert de chaleur par convection mixte transitoire dans une cavité fermée en 3D avec un flux de chaleur constant sur la partie centrale de la paroi inférieure et les parois isothermes se déplaçant dans la même direction verticale sont étudiés par [8]. Les auteurs ont montrés que, qu'en augmentant le nombre de Reynolds, on obtient un nombre amélioré de Nusselt et une énergie cinétique turbulente du fluide dans le domaine.

[9] ont étudiés les effets de la convection mixte dans une cavité ondulée emplie d'un nano-fluide et partiellement chauffée. Ils ont constatés que le taux de transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du nombre de Hartmann. Le taux de transfert de chaleur peut être amélioré ou réduit en

augmentant la fraction volumique des nanoparticules en fonction des nombres de Hartmann et Richardson.

## II. FORMULATION ET MODELISATION DU PROBLEME

Pour donner plus de clarification sur le phénomène de transfert de chaleur qui se développe dans une cavité, nous avons considéré une cavité carrée remplie d'un fluide newtonien dont le nombre de Prandtl est égale à 0.71 ce qui correspond à l'air. La géométrie considérée est illustré sur la figure.1. Comme le montre la figure, il s'agit d'une cavité carrée en présence d'un bloc soumis à une température froide dont les parois latérales se composent de deux parties de même dimension, la partie moitié basse est maintenue à une température chaude, la partie moitié haute est maintenue à une température froide. Les parois horizontales sont maintenues adiabatiques et sont soumises à la fois une vitesse constante  $U_0$  selon l'axe X.

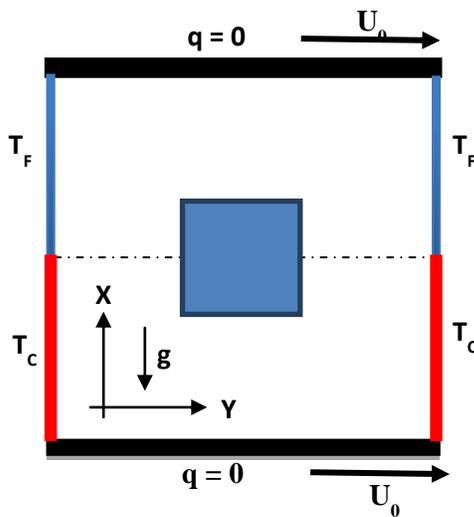


Figure 1 Géométrie du problème

Les équations qui régissent l'écoulement et le transfert thermique sont l'équation de conservation de la masse, les équations de quantité du mouvement ainsi que l'équation d'énergie.

Pour la modélisation du problème, nous considérons l'écoulement bidimensionnel d'un fluide newtonien incompressible en régime laminaire et permanent, les transferts par rayonnement sont négligeables, la dissipation visqueuse est négligée dans l'équation de l'énergie et l'approximation de Boussinesq est adoptée.

Considérant les variables adimensionnelles suivantes ;

$$\begin{aligned} X = \frac{x}{H}; Y = \frac{y}{H}; U = u \frac{H}{\alpha}; V = v \frac{H}{\alpha}; T = \frac{\bar{T} - T_f}{T_c - T_f}; P = \frac{pH^2}{\rho\alpha^2}; \\ \text{Pr} = \frac{\mu}{\rho\alpha}; Ra = \frac{g\beta(T_c - T_f)\rho^2 H^3 \text{Pr}}{\mu^2} \end{aligned} \quad (1)$$

Tenons compte des hypothèses citées avec l'introduction des variables adimensionnelles, les équations adimensionnelles (2)-(5) qui gouvernent l'écoulement et le transfert thermique s'écrivent ;

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra \text{Pr} T \quad (4)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

Table 1 Conditions aux limites

$0 \leq X \leq 1, Y=0$	$0 \leq X \leq 1, Y=1$	$0 \leq Y \leq 0.5, X=0,1$	$0.5 \leq Y \leq 1, X=0,1$
$q=0$	$q=0$	$\Theta=1$	$\Theta=0$
$U=0, V=0$	$U=1, V=0$	$U=V=0$	$U=V=0$

Le nombre de Nusselt local est donné par la relation suivante ;

$$Nu_{Local} = \left( -\frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=0} + \left( -\frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=1} \quad (8)$$

Les nombres de Nusselt moyens, sur les parois chaudes sont donnés par les relations suivantes ;

$$Nu_c = \int_0^{0.5} \left( -\frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=0} dY + \int_0^{0.5} \left( -\frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=1} dY \quad (9)$$

## III. PROCEDURE ET VALIDATION NUMÉRIQUE

Les équations (2)-(5) sont intégrées sur des volumes de contrôle, afin d'avoir un système d'équations algébriques plus accessible à la résolution, S.V Patankar [10]. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour résoudre le système d'équations algébriques couplées. La discrétisation spatiale des équations, de quantité de mouvement, de continuité et de l'énergie est effectuée par un schéma décentré de second ordre. L'interpolation de la pression est effectuée par le schéma PRESTO. Le critère de convergence considéré comme résiduels est admis à  $10^{-4}$  pour les équations de quantité de mouvement et de continuité, et à  $10^{-6}$  pour l'équation d'énergie. Le calcul est effectué en utilisant le code commercialisé FLUENT 14.0. Un maillage uniforme de 121X121 nœuds est adopté pour la présente étude.

Afin de valider nos résultats, une comparaison des valeurs du nombre de Nusselt moyens a été faite avec les résultats obtenus par la référence [1]. Le tableau-2 montre un bon accord entre nos résultats et ceux donnés par les références.

Table 2 Comparaison du Nusselt moyen avec ceux de la référence

Re	Référence [1]	Présent travail
100	1.94	1.91
400	3.84	3.90
1000	6.33	6.31

#### IV. RESULTATS ET DISCUSSION

Dans cette section nous présentons les différents résultats avec leurs interprétations.

Dans le but de voir l'influence des paramètres physique sur le transfert de chaleur et le champ d'écoulement qui se produisent dans la cavité déjà définie, l'étude a été faite, d'une part, en fonction du nombre de Richardson ( $0.1 \leq Ri \leq 100$ ), d'autre part, en fonction du sens du mouvement des parois horizontales. Pour cela, nous avons considéré trois (03) cas du sens du déplacement des deux parois horizontales.

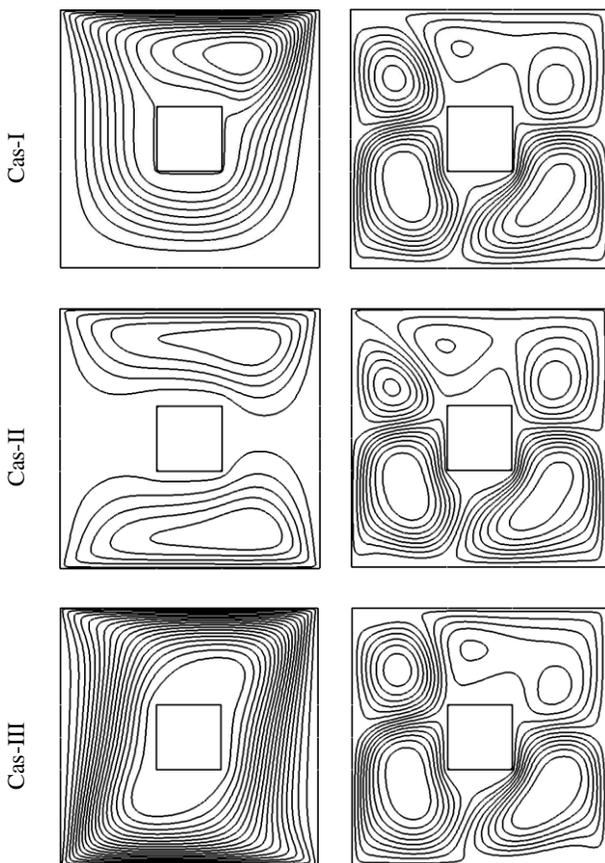


Figure 2 Lignes du courant pour les trois considérés en fonction de Ri,  $Re = 100, Pr = 0,71$

Le premier cas consiste à considérer la paroi supérieure se déplace avec une vitesse constante dans le sens positif selon l'axe X, la paroi inférieure est maintenue à une vitesse nulle (paroi fixe). Le deuxième cas consiste à considérer les deux parois horizontales supérieure et inférieure se déplacent en phase avec une même vitesse constant dans le sens positif selon l'axe X. Le troisième cas, les deux parois se déplacent en opposition de phase dans des directions différentes, la paroi supérieure se déplace dans le sens positif, la paroi inférieure se déplace dans le sens négatif selon l'axe X. Dans toutes les simulations présentée dans ce papier les nombre de Reynolds et de Prandtl sont fixés à  $Re = 100, Pr = 0.71$ , respectivement. Les résultats sont illustrés sous forme de ligne de courant, isotherme, profil de vitesse axial U et nombre de Nusselt moyen.

Les figures 2 et 3 montrent les lignes du courant et les lignes isothermes, respectivement. Ces figures montrent que les lignes du courant et les lignes isotherme ont des structures déférentes en fonction des cas considérés (du sens du mouvement et en fonction de Ri). Figure.2, à  $Ri = 0.1$ , le champ d'écoulement donné par ces lignes du courant est caractérisé par une grande cellule qui tourne dans le sens des aiguilles de la montre, notamment, vu la condition cinématique imposée sur la paroi haute, on voit l'apparition d'un vortex secondaire près de la paroi haut. Par contre, l'écoulement est bicellulaire pour le deuxième cas, conséquence du mouvement des deux parois horizontales et monocellulaire pour le troisième cas. En effet, aux faibles valeurs de Ri, les lignes du courant sont affectées par les déplacements des parois horizontales. Par contre, quand le nombre de Ri prend de l'importance les lignes du courant ont un comportement presque indépendamment du sens du déplacement des parois horizontales. Ainsi, l'écoulement est caractérisé par une forte circulation avec l'apparition de plusieurs cellules. En revanche, dans toutes les situations, l'écoulement résiste au bloc placé à l'intérieure de la cavité Figure.4 montre clairement que la vitesse d'écoulement augmente avec l'augmentation du nombre de Richardson, conséquence des forces de flottabilité entraînées par le gradient de température. En effet, toutes les vitesses prennent une valeur nulle sur la surface du bloc.

Il est évident de noter que les valeurs de la vitesse axiale sont nulles en fonction de Ri pour le premier cas, conséquence de la condition de no glissement imposée sur la paroi haute, et les profils de vitesse prend tous des valeurs positifs sur les parois horizontales pour le deuxième cas, et en finalement, une valeur négative sur la paroi basse, positive sur la paroi haute. Et donc la vitesse d'écoulement suit bien évidemment le sens des parois horizontales.

Pour le champ thermique donné par les lignes isothermes, figure.3, aux faibles gradients de température ( $Ri = 0.1$ ) le transfert de chaleur est dominé par un régime forcé, et devient mixte quand le nombre de Richardson prend de l'importance. En fait, les lignes isothermes données par la figure.3 montrent qu'une couche limite thermique tend à se développée près des parois latérales. La figure.5 montre l'évolution de transfert de chaleur donné par le nombre de Nusselt moyen le longe des parois chaudes. D'après le résultat illustré par cette figure,

nous pouvons évaluer que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de  $Ri$ . En revanche, les profils de Nusselt tendent vers une limite commune pour des valeurs très élevées de  $Ri$  et semblent invariées en fonction du sens du mouvement. Aux faibles valeurs de nombre de  $Ri$ , le troisième cas produit un transfert de chaleur plus efficace par rapport aux autres cas et dans cette situation le transfert thermique dépend essentiellement du sens du déplacement des parois horizontales. Finalement, cette technique peut être reproduite pour des applications industrielles à savoir le refroidissement des composants électronique, les centrales thermiques, bâtiments, etc.

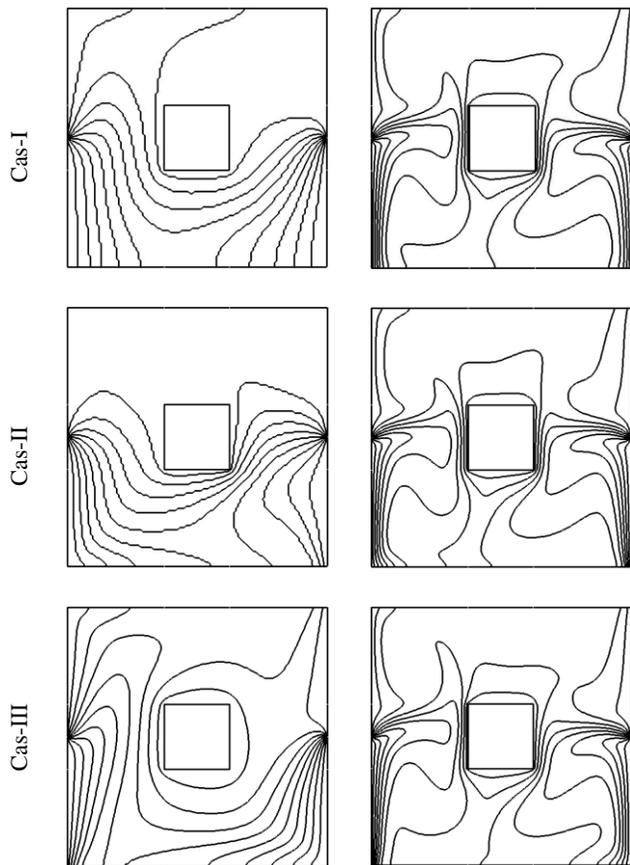
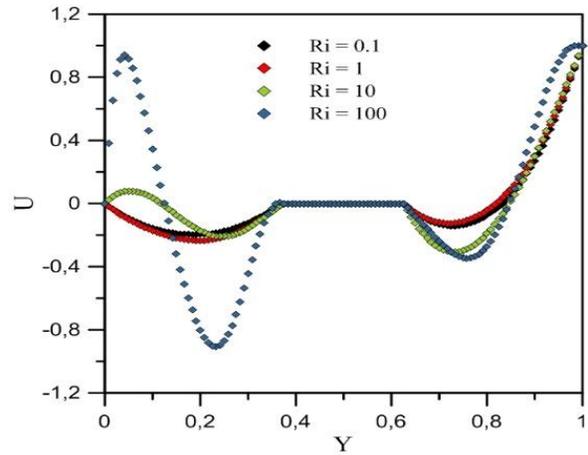
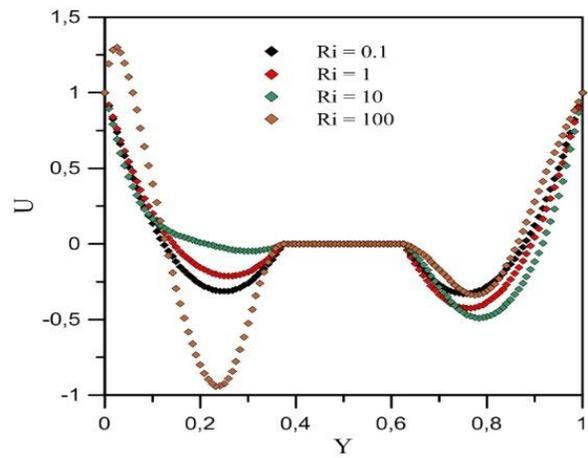


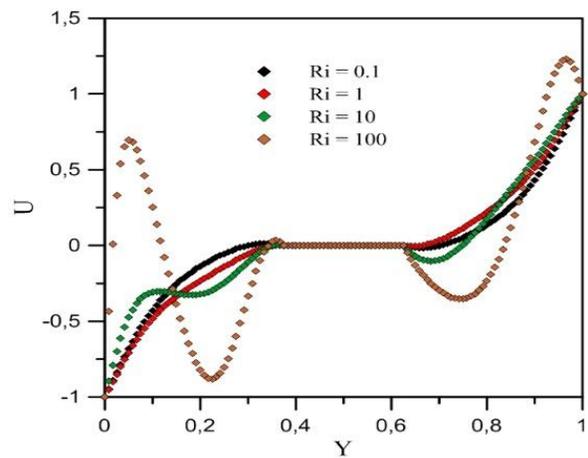
Figure 3 Lignes isothermes pour les trois considérés en fonction de  $Ri$ ,  $Re = 100$ ,  $Pr = 0,71$



Cas I



Cas II



Cas III

Figure 4 Vitesses axiales à  $X = 0,5$  pour les trois considérés en fonction de  $Ri$ ,  $Re = 100$ ,  $Pr = 0,71$

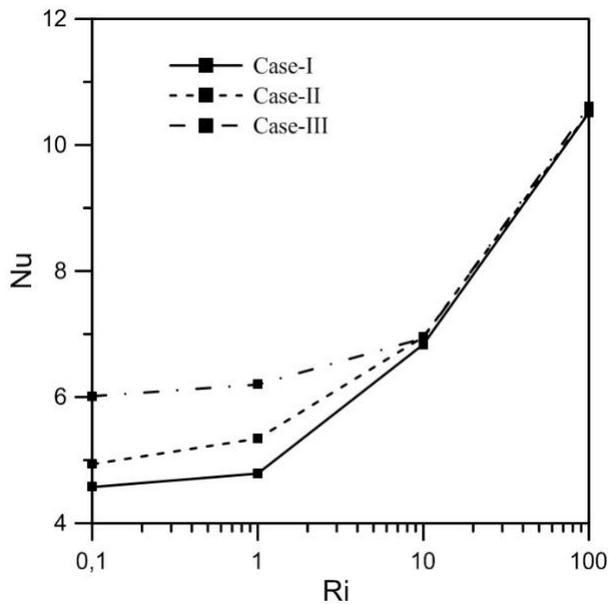


Figure 5 Nusselt moyen en fonction de Ri pour les cas considérés

## V. CONCLUSION

Dans ce travail nous avons présenté une approche numérique de la convection mixte laminaire qui se développe dans une cavité carrée sous l'hypothèse de Boussinesq. La méthode des volumes finis a été adoptée pour la résolution du système algébrique résultant. L'étude a été menée en fonction du nombre de Richardson et le sens de mouvement des parois latérale. Les résultats montrent que, dans toute les situations le transfert de chaleur et le champ d'écoulement augmentent avec l'augmentation du Ri. En revanche, aux faibles gradients de températures le transfert thermique varié en fonction du sens du mouvement des parois horizontales et tend vers des situations invariantes indépendamment du sens du mouvement à des valeurs très élevées de Richardson

## REFERENCES

- [1] R. Iwatsu, J. M. Hyun, and K. Kuwahara, "Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, no. 6, pp. 1601–1608, 1993.
- [2] M. K. Moallemi and K. S. Jang, "Prandtl number effects on laminar mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 35, no. 8, pp. 1881–1892, 1992.
- [3] T. Basak, P. V. Krishna Pradeep, S. Roy, and I. Pop, "Finite element based heatline approach to study mixed convection in a porous square cavity with various wall thermal boundary conditions," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, no. 9–10, pp. 1706–1727, 2011.
- [4] K. Al-Salem, H. F. Öztop, I. Pop, and Y. Varol, "Effects of moving lid direction on MHD mixed convection in a linearly heated cavity," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, no. 4, pp. 1103–1112, 2012.
- [5] A. W. Islam, M. A. R. Sharif, and E. S. Carlson, "Mixed convection in a lid driven square cavity with an isothermally heated square blockage inside," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, no. 19–20, pp. 5244–5255, 2012.
- [6] É. Fontana, C. A. Capeletto, A. Da Silva, and V. C. Mariani, "Numerical analysis of mixed convection in partially open cavities heated from below," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 81, pp. 829–845, 2015.
- [7] G. Abdelmassih, A. Vernet, and J. Pallares, "Steady and unsteady mixed convection flow in a cubical open cavity with the bottom wall heated," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 101, pp. 682–691, 2016.
- [8] A. K. Kareem, S. Gao, and A. Q. Ahmed, "Unsteady simulations of mixed convection heat transfer in a 3D closed lid-driven cavity," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 100, pp. 121–130, 2016.
- [9] H. F. Öztop, A. Sakhrieh, E. Abu-Nada, and K. Al-Salem, "Mixed convection of MHD flow in nanofluid filled and partially heated wavy walled lid-driven enclosure," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 86, pp. 42–51, 2017.
- [10] S. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York: Hemisphere Published Corp, 1980.