

# Heuristiques pour la résolution du problème Equilibrage des lignes d'assemblages

Khadidja YAHYAOUI<sup>1</sup>, Hafsa HELHAL<sup>2</sup>, Asmaa MEGERBI<sup>3</sup>,

<sup>1,2,3</sup> *Département Informatique, Université de Mascara  
 Mustapha stambouli Mascara Algérie*

<sup>1</sup>[yahyaouikhadidja@yahoo.fr](mailto:yahyaouikhadidja@yahoo.fr)

<sup>2</sup>[hafssousa\\_46@live.fr](mailto:hafssousa_46@live.fr)

<sup>3</sup>[megherbi\\_asmaa@yahoo.com](mailto:megherbi_asmaa@yahoo.com)

**Abstract** — Nous nous concentrons dans ce travail, sur une étape clé de la conception des lignes d'assemblage il s'agit des méthodes et approches dédiées à la résolution des problèmes d'équilibrage de lignes d'assemblage (Assembly Line Balancing Problem, ALBP). Nous ciblons à minimiser le nombre de stations de la ligne ce qui revient à minimiser temps mort des stations. Pour atteindre cet objectif, nous optons pour des méthodes heuristiques d'assignement des opérations aux stations se basant : sur le rang des opérations dans le graphe de précedence et sur le poids de positionnement. Il s'agit de L'algorithme de Helgeson-Birnie (HB). La comparaison des résultats trouvés avec l'heuristique 1 montre l'efficacité de l'approche adoptée.

**Mots clé** — Lignes d'assemblage, équilibrage de charge (ALBP), optimisation, heuristiques, algorithme de Helgeson et Bernie

## I. INTRODUCTION

Pour répondre concrètement aux problèmes qui se posent dans la production d'une façon générale et dans l'usage en particulier, il est indispensable d'admettre des hypothèses de travail. Ces hypothèses restreignent la part de réalité du problème traité dans le but de réduire sa complexité. Elles sont nécessaires pour apporter des réponses précises à des problèmes difficiles à aborder. Une bonne illustration de cette approche est le problème de l'équilibrage des lignes d'assemblage (ALB) qui a été largement étudié dans la littérature. Il en dérive plusieurs problèmes : le simple, noté SALBP, pour Simple Assembly Line Balancing Problem, et les généralisés notés GALBP, pour Generalized Assembly Line Balancing Problem. Dans notre travail, nous nous intéressons aux lignes d'assemblages simples.

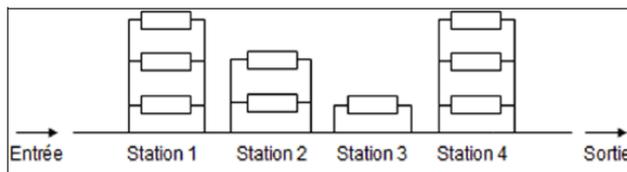


Fig. 1 Ligne d'assemblage

Une ligne d'assemblage consiste en une série de stations, chacune effectuant un ensemble d'opérations ; Les opérations sont caractérisées par leur temps d'exécution et elles sont le plus souvent reliées par des contraintes de précedence. Les

opérations d'une même station sont exécutées de façon séquentielle. Il en résulte que le temps de travail d'une station est égal à la somme des temps d'exécution de ses opérations. Le temps de cycle impose une cadence aux stations car celles-ci ne doivent pas avoir un temps de travail qui lui est supérieur. Le temps mort d'une station est défini comme étant la différence entre le temps de cycle et son temps de travail. L'équilibrage d'une ligne d'assemblage revient à trouver une affectation de l'ensemble des opérations telle que les contraintes de précedence entre les opérations soient respectées et que le temps mort total de la ligne soit minimal. [8] La classification des problèmes de lignes d'assemblage simples est basée sur les contraintes imposées dans la conception de ces lignes.

Le tableau I résume les différents problèmes d'équilibrage de charge se présentant dans la littérature.

TABLE I

TYPE DE PROBLEME D'ASSEMBLAGES SIMPLE (SALBP)

Type de problèmes	Contraintes imposés	
	Temps de cycle	Nombre de Station
SALBP-1	Connue et Fixe	Non Fixe (à minimiser)
SALBP-2	Non Fixe (à minimiser)	Connue et Fixe
SALBP-F	Connue et Fixe	Connue et Fixe
SALBP-E	Non Connue et Non Fixe (à minimiser)	Non Connue et Non Fixe (à minimiser)

Les objectifs visés dans la conception d'une ligne d'assemblage dans un système de production peuvent correspondre à la minimisation des temps de production, minimisation des coûts ou maximisation du profit. [16]

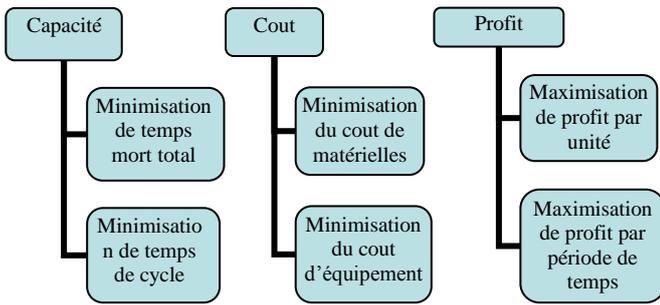


Fig. 2 Objectifs d'optimisation

## II. METHODES D'OPTIMISATION

Le SALBP est un problème d'optimisation combinatoire NP-difficile (Bhattachajee et Sahu, 1990). Plusieurs méthodes d'optimisation sont utilisées pour sa résolution. cela signifie que le temps de résolution croît exponentiellement avec la taille du problème. Par conséquent, pour les problèmes volumineux, les heuristiques sont les seules méthodes disponibles. En outre, il est plus facile de les adapter pour résoudre certains problèmes spéciaux par exemple, un problème d'équilibrage d'une ligne d'assemblage avec une contrainte sur la disponibilité d'une ressource.

Il existe plusieurs méthodes exactes qui ont été proposées pour résoudre le problème d'équilibrage de lignes d'assemblage.

Chiang et Al en 2007 utilise la méthode Branch & Bound pour la Minimisation de temps de Cycle [10]. Dans [16], les auteurs utilisent la Programmation Linéaire pour l'exploration des solutions voisines pour l'atteindre l'objectif de réduire le nombre de séquence générale

Dimitriadis [11] utilise la méthode Modification de Hoffman pour la Minimisation de temps de mort. Dans [et Bautista et Pereira[5][6][7] utilisent l'algorithme de colonie de fourmis pour Minimiser le temps de cycle. [1] utilisent la méthode Ranked Positional Weight (poids positionnel classé) pour Minimiser le temps de cycle. Les méta-heuristiques ont été utilisées pour l'équilibrage des lignes d'assemblage comme méthodes complémentaires. Elles permettent entre autre d'améliorer la qualité des solutions obtenues par les heuristiques et de pallier aux limites des méthodes exactes pour les cas complexes. Les auteurs Pastor et Al [17] utilisent la méthode Recherche Taboue pour la Minimisation de taux de production, et Aroui en 2015 [19] utilise l'Algorithme génétique pour la Minimisation de retard cumulé d'une ligne d'assemblage.

## III. PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS

Notre problématique consiste à équilibrer les stations d'une ligne d'assemblage, il est de type SALBP1 : le temps opératoire connu, le nombre de stations inconnu. L'importance de l'équilibrage qui permet entre autre de minimiser les coûts d'investissement et de fonctionnement (nombre de stations) en éliminant les gaspillages (temps morts). Temps opératoire peut être : déterministe, dynamique,

stochastique. Nous nous intéressons au système avec temps opératoire connu.

### A. Contraintes imposées

- Précédence entre opérations
- temps opératoire connu et déterministe
- temps de cycle : connu
- Le système de tâches

Grappe de type DAG : les nœuds sont des tâches et les arcs sont des liens de précédence. Les nœuds sont pondérés par leurs temps opératoire.

## IV. ETUDE CAS

Dans le Tableau II, nous présentons les données d'un problème d'équilibrage. Pour chaque opération, nous donnons son temps et les contraintes de précédence (Fig. 3). Les opérations doivent être réparties sur les stations de travail de façon à respecter un temps de 34. Temps de cycle  $TO$  égal à 5 unités de temps (une unité de temps peut être : minute, seconde, etc.). Il peut y avoir un temps mort dans une station de travail, il correspond au temps d'inactivité par cycle.

La charge d'une station correspond au temps durant lequel les opérations affectées à la station sont exécutées dans un cycle [12]

TABLE III  
 DONNEES DU MODEL DE TACHES (APPLICATION)

Opération	Temps opératoire (unités de temps)	Prédécesseurs
1	3	-
2	1	1
3	2	1
4	1	2,3
5	3	2,3
6	3	5
7	1	5
8	1	7
9	3	8
10	2	9

La figure 3 présente le graphe acyclique dirigé adopté. Le système présente 10 tâches. Chacune a ses contraintes temporelles (temps opératoire) et contraintes de dépendances (précédence)

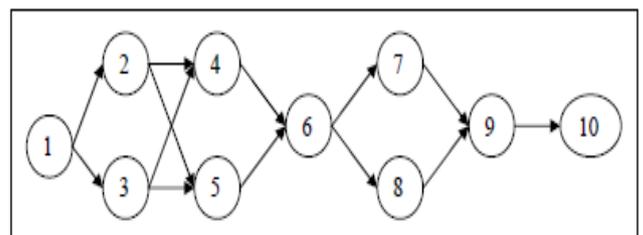


Fig. 3 Graphe de précédence

V. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le type de notre problème est cerné dans la classe des problèmes d'équilibrage des lignes d'assemblage simple avec temps opératoire déterministe et le nombre de stations inconnu (SALBP1). La formulation mathématique a été donnée dans [1] comme suit :

- Taux de Production: P unité par période
- Temps de Cycle C= m/P  
Avec : m nombre de lignes en parallèle alors
- Contrainte de Préséance:
  - IP = {(u , v) : tâche u doit immédiatement précéder v}
- Restrictions de zonage
  - ZS = ensemble de tâches qui doivent être assignées à la même station
  - ZD = ensemble de tâches qui ne peuvent être assignées à la même station
- Variable binaire  $X_{ik}$ 
  - Prend la valeur 1 si la tâche i est assignée à la station k
- Soit K le nombre maximal de stations dans la ligne d'assemblage.
- Afin de minimiser le temps mort sur les stations on va forcer les tâches dans les stations ayant les numéros les plus bas
- Soit  $c_{ik}$ , le coût d'assigner la tâche i dans la station k. La structure de  $c_{ik}$  est telle que:
  - $Nc_{ik} \leq c_{i,k+1}$ , pour  $k=1, \dots, K-1$

Fonction objectif :

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K c_{ik} X_{ik}$$

Sous contraintes :

a) Temps de Cycle

$$\sum_{i=1}^N t_i X_{ik} \leq C \quad k = 1, \dots, K$$

b) Assignation des tâches

$$\sum_{k=1}^K X_{ik} = 1 \quad i = 1, \dots, N$$

c) Contrainte de préséance

$$X_{vb} \leq \sum_{i=1}^h X_{uj} \quad h = 1, \dots, K \text{ et } (u, v) \in IP$$

d) Contraintes de Zonage

$$\sum_{k=1}^K X_{uk} X_{vk} = 1 \quad (u, v) \in ZS$$

e)  $X_{uh} + X_{vh} \leq 1 \quad k = 1, \dots, K \text{ et } (u, v) \in ZD$

f)  $X_{ij} \in \{0, 1\}$

VI. APPROCHES DE RESOLUTION DE SALBP-1

Une première solution consiste à affecter les opérations suivant leur ordre de numérotation. En utilisant la stratégie de recherche par largeur d'abord présentée par Algorithme heuristique 1

A. Algorithme heuristique 1// Recherche par largeur d'abord

Entrées : Graphe de préséance des Tâches

Sorties : Marquage de toutes les tâches

1. Debut
2. Faire pour chaque sommet :
3. Marquer le sommet actuel.
4. Prend le premier sommet voisin jusqu'à ce qu'un sommet n'ait plus de voisins
5. On répétera jusqu'à tous les sommets sont marqués.
6. Fin faire pour
7. Fin.

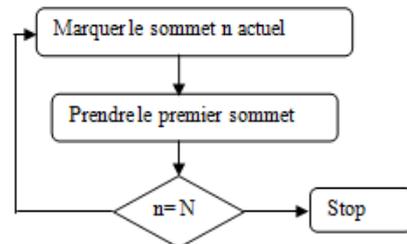


Fig. 4 Organigramme d'algorithme de l'Historique 1

Application de l'heuristique 1 (recherche en largeur d'abord) , nous donne comme résultat graphique suivant :

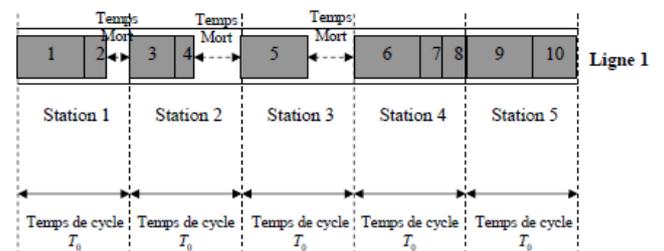


Fig. 5 Résultat après l'application de l'heuristique 1 (nombre de stations obtenu est de 5 stations avec respect de contraintes imposées : temps de cycle fixé, temps opératoire fixé, liens de précédence )

Solution respecte :

1. le temps de cycle (5 unités de temps)
2. et les contraintes de précédence.
3. Ligne 1 a 5 unités de temps mort par cycle.. C'est-à-dire :

( Station 1 : temps mort= 1 ; station 2 : temps mort=2 ; station 3 : temps mort=2 ; station 4 : temps mort=0 et station 5 : temps mort=0).

Le nombre de stations obtenu est de 5 stations

Une deuxième solution consiste à appliquer une heuristique2.

PRINCIPE DE L'HEURISTIQUE 2

Cette heuristique solution peut être obtenue en classant les opérations suivant leur rang dans le graphe de précedence, les opérations ayant le même rang étant classées suivant l'ordre décroissant des temps opératoires. Lors de l'affectation des opérations, si une opération ne peut pas être affectée à une station (temps opératoire supérieur au temps libre de la station), nous passons à l'opération suivante, et ainsi de suite. Pour qu'une opération soit affectée à la station courante, il faut que les opérations liées avec elle par les contraintes de précedence soient déjà affectées et que son temps opératoire soit inférieur au temps restant.

Lorsqu'aucune opération ne peut être affectée à la station courante, nous créons une nouvelle station.

A. Algorithme Heuristique 2// Se basant sur le calcul des rang sous contrainte de temps cycle fixé

Entrées : Graphe de précedence  
 Sorties : Niveaux des tâches

Pour établir le calcul des niveaux (rang) nous basons sur l'élaboration d'une matrice appelée matrice des antériorités ou matrice croisé :

1. Debut
2. Nous créons un tableau à deux entrées identiques
3. Liste des tâches suivies d'un tableau comportant des colonnes de niveaux.
4. Matrice des colonnes représente les tâches
5. Matrice des lignes correspond aux opérations
6. Marquer dans la colonne correspond a l'opération qui doit avoir lieu avant
7. Les tâches dans les lignes vides définissent le premier niveau
8. Fin

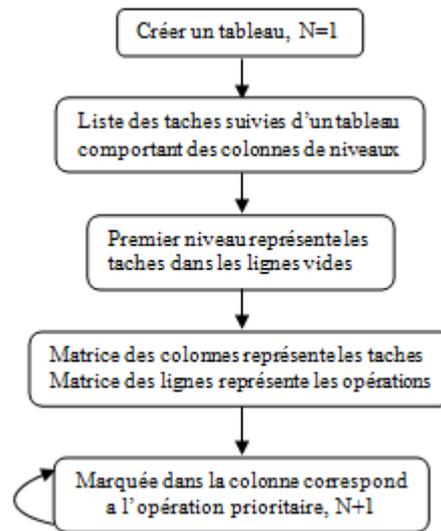


Fig. 6 Organigramme d'algorithme de l'Historique 2

Application de l'heuristique 2 (Calcul de niveaux ou de rang) , nous donne comme résultat graphique suivant :

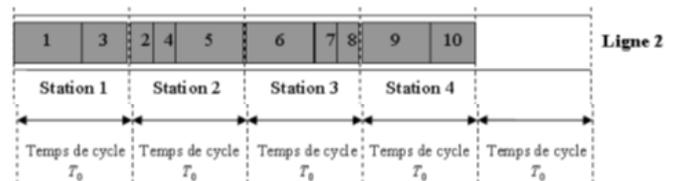


Fig. 7 Résultat d'exemple d'Heuristique 2

- L'application de cette heuristique, nous a donné :
- Le temps mort est minimisé à zéro, le nombre de station = 4

Nous remarquons que : La deuxième solution (ligne 2) est meilleure Néanmoins, la deuxième solution (ligne 2) est meilleure que la première (ligne 1) : elle comporte une station de moins et n'a pas de temps mort (temps de non utilisation des ressources) tandis que ligne 1 a 5 unités de temps mort par cycle. Cet exemple montre comment une affectation intelligente des opérations aux stations de travail peut générer des solutions de meilleure qualité que celles générées avec une affectation arbitraire. Malgré sa simplicité, il illustre ainsi l'importance de l'équilibrage qui permet entre autre de minimiser les coûts d'investissement et de fonctionnement (nombre de stations) en éliminant les gaspillages (temps morts).

Une troisième solution consiste à appliquer une heuristique3 se basant sur le calcul de priorité des tâches par le calcul du poids de positionnement des opérations..

PRINCIPE DE L'HEURISTIQUE 3 :

Il s'agit de classer les tâches dans les machines selon le calcul de poids de positionnement. Cette méthode est proposée par Helgeson et Bernie (1961) permet de faire un tri selon un poids attribué à chacun des éléments de travail en fonction de l'élément possédant la plus longue suite de tâches se succédant. Le poids positionnel se calcule en effectuant la somme de toutes les autres durées affectées aux successeurs de l'élément choisi. Ceci a donc pour effet d'orienter la priorité de travail vers les éléments les plus critiques du problème et qui ont un effet direct sur le temps de passage total. Par la suite, l'attribution de chaque tâche se fait en fonction de l'élément ayant le poids positionnel le plus important et respectant les conditions de base nommées précédemment. [15]

A. Algorithme de RPW// Ranked positional weight

Entrées : Graphe de préséance des Taches  
 Sorties : Calcul de poids de positionnement et marquage de taches

1. Debut
2. Effectuer le calcul du poids positionnel de chacune des tâches // voir dans la section ci-dessous
3. Répéter pour tous les postes m+1
4. Mettre la liste en ordre décroissante du poids positionnel
5. Assigner au premier poste l'élément de travail ayant le poids positionnel le plus élevé et respectant les contraintes de préséance.
6. Assigner un deuxième élément de travail au poste en respectant les N contraintes de préséance et la condition  $\sum_{j=1 \dots m_i}^n t_{ij} \leq t_c$  sinon, créer un nouveau poste de travail m + 1.
7. jusqu'à ce que j=n
8. Fin

Calcul de poids positionnel

1. Assigner les opérations aux stations selon leurs poids de 'positionnement' en considérant les contraintes de préséance, de zonage et de temps.
2. Poids de positionnement d'une tâche i: [1]

Somme des temps de i et de toutes les tâches qui succèdent i

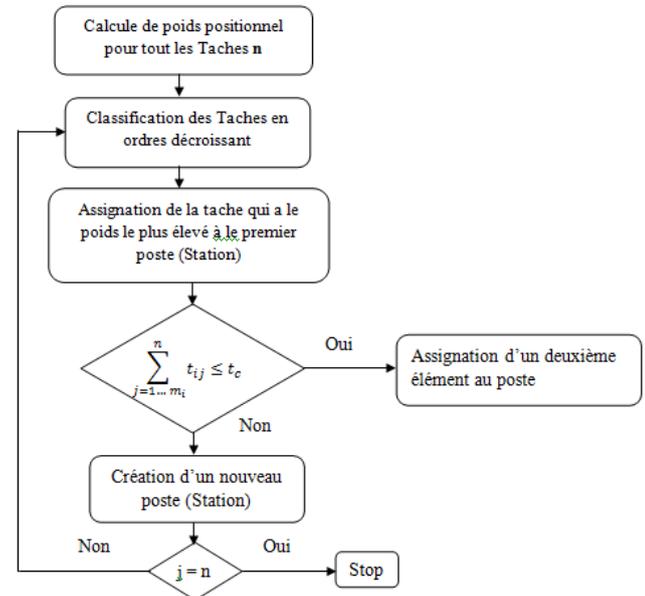


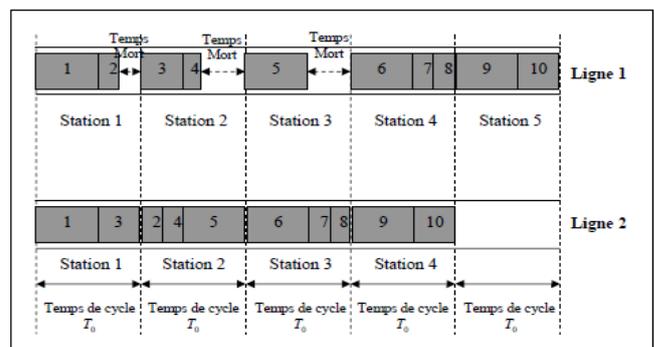
Fig. 8 Organigramme d'algorithme RPW

Calcul de poids de positionnement

TABLE III  
 RESULTAT DE CALCUL DE POIDS POSITIONNE POUR EXEMPLE  
 ETUDE DE CAS.

Opération		Temps opératoire	Poids Positionnel
Ancien_rang	Nouvel_rang		
Tache 1	1	3	20
Tache 3	2	2	16
Tache 2	3	1	15
Tache 5	4	3	13
Tache 4	5	1	11
Tache 6	6	3	10
Tache 7	7	1	6
Tache 8	8	1	6
Tache 9	9	3	5
Tache 10	10	2	2

Après l'application de l'algorithme RPW à l'exemple étude de cas donné ci dessus, Le Résultat trouvé Dans cet exemple est donné dans le tableau III. existe deux lignes, la



première c'est avant l'équilibrage mis la second après l'équilibrage

Fig. 9 Exemple de 5 stations avant et après l'équilibrage avec RPW

### V. Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté trois approches heuristiques pour SALBP de type I qui s'intéresse à la minimisation du temps de mort. Pour la première heuristique on a utilisé la stratégie de recherche par largeur d'abord. Puis la deuxième heuristique on a appliqué une solution peut être obtenue en classant les opérations suivant leur rang dans le graphe de précédence. Et pour la dernière heuristique c'est une méthode proposée par Helgeson et Bernie (1961) qui permet de faire un tri selon un Poids attribué à chacun des éléments de travail en fonction de l'élément possédant La plus longue suite de tâches se succédant. Les trois heuristiques ont fournis des résultats. Mais la qualité de ces résultats différent de l'application d'une heuristique à l'autre. Dans le cas de l'application de l'heuristique 2 et l'heuristique 3, le nombre de stations a été minimisé. La solution 2 et solution 3 comportent une station de moins et n'a pas de temps mort (temps de non utilisation des ressources) tandis que ligne 1 a 5 unités de temps mort par cycle. Cet exemple montre comment une affectation intelligente des opérations aux stations de travail peut générer des solutions de meilleure qualité que celles générées avec une affectation arbitraire. Malgré sa simplicité, il illustre ainsi l'importance de l'équilibrage qui permet entre autre de minimiser les coûts d'investissement et de fonctionnement (nombre de stations) en éliminant les gaspillages (temps morts).

### REFERENCES

[1] Amar Ramudhin, ing.Ph.D , *Lignes d'assemblage*, Université de Hull,rapport ,2012

[2] Aroui, K., Alpan, G., et Frein, Y. (2013). Minimisation des retards dans le séquençement des véhicules sur une ligne d'assemblage multi modèles. *Journal Européen des Systèmes Automatisés* 47, 635–656.

[3] Aroui, K., Alpan, G., et Frein, Y. (2014a). Minimizing work overload in mixed model assembly lines: A case study from truck industry. In 5th International conference on Information Systems, Logistics and Supply Chain.

[4] Aroui, K., Alpan, G., Frein, Y. et Massonnet, G. (2014b). Exact and heuristic solutions based on dynamic programming for mixed model assembly line,2006

[5] Bautista, J., et Cano, A. Solving mixed model sequencing problem in assembly lines with serial workstations with work overload minimisation and interruption rules. *European Journal of Operational Research* 210, 495–513. (2011).

[6] Bautista, J., et Cano, J. (2008). Minimizing work overload in mixed-model assembly lines. *International Journal of Production Economics* 112, 177–191.

[7] Bautista, J., Companys, R., et Corominas, A. (1996). Heuristics and exact algorithms for solving the Monden problem. *European Journal of Operational Research* 88, 101–113.

[8] Belmokhtar Sana, *Lignes d'usinage avec équipements standard modélisation, configuration et optimisation*, Ecole Nationale Supérieure des Mines Saint-Etienne, 11 Décembre 2006

[9] Becker, C., Scholl, A. (2006). A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operational Research* , 168 (3), pp. 694-715.

[10] Chiang et al., 2007 T.C. Chiang, B.N. Jeon, H. Li Dynamic correlation analysis of financial contagion: evidence from Asian markets *Journal of International Money and Finance*, 26 (2007), pp. 1206-1228

[11] Dimitriadis SG. Assembly line balancing and group working: A heuristic procedure for workers' groups operating on the same product and workstation. *Computers & Operations Research* 2006; 33: 2757–2774.

[12] Essafi Mohamed, *Conception et optimisation d'allocation de ressources dans les lignes d'usinage reconfigurables*, Ecole nationale supérieure des mines Saint-Etienne, 08 Décembre 2010.

[13] Essafi, M., Delorme, X., Dolgui A. et Guschinskaya, O., (2010). A MIP approach for balancing transfer line with complex industrial constraints. *Computers & Industrial Engineering*, 58(3), pp. 393-400.

[14] FINEL Brigitte, *Structuration de lignes d 'usinage: méthodes exactes et heuristiques* , Université de Metz , 1 Décembre 2004 .

[15] Gu Liya, *Modèles Déterministe Stochastique et Multicritère pour l'Equilibrage de Lignes d'Assemblage*, Université Paul Verlaine-METZ, 3 mars 2008.

[16] Marrie-France Lortie, *Équilibrage de Chaîne d'assemblage Etude de cas Dans L'industrie Aéronautique*, Université du Québec à trois-Rivières, décembre 2007.

[17] Miralles, I., Ortega, R., Almendros, G., Sánchez-Marañón, M., Soriano, M., 2009. Soil quality and organic carbon ratios in mountain agroecosystems of South-east Spain. *Geoderma* 150, 120–128.

[18] Pastor, R., Andrés, C., Duran, A., et Pérez, M. (2002). Tabu Search Algorithms for an Industrial Multi-Product and Multi-Objective Assembly Line Balancing Problem, with Reduction of the Task Dispersion. *The Journal of the Operational Research Society* 53, 1317–1323.

[19] Scholl, A., Boysen, N., Fliedner, M., (2008) The sequencedependent assembly line balancing problem. *OR Spectrum*, 30(3), pp. 579-609.

[20] AROUI Karime , *Séquençement d'une ligne de montage multi-modèles : application à l'industrie du véhicule industriel*, université grenoble alpes, thèse de doctorat,2015.