

# Modélisation des transferts de chaleur et de masse dans les parois de bâtiment

Habiba KAZEoui<sup>1</sup>, Abdelghani SEGHIR<sup>1</sup>, Fares BENNAI<sup>2</sup>, Nadjim SAIBI<sup>2</sup>, Abdelkader TAHAKOURT<sup>1</sup>  
Rafik BELARBI<sup>3</sup>, Abdelkarim AIT-MOKHTAR<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Génie de Construction et Architecture (LGCA), université A. MIRA, Bejaia, Algérie.

<sup>2</sup> Université A. MIRA, Bejaia, Algérie.

<sup>3</sup> Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur pour l'Environnement (LaSIE), Université de La Rochelle, France.  
hkazeoui@yahoo.fr

**Résumé :** Une modélisation numérique des transferts couplés de chaleur et de masse au sein d'une paroi monocouche est présentée. En se basant sur les travaux de Luikov, un modèle mathématique régissant ces phénomènes de transfert a été développé. La teneur en vapeur et la température ont été choisies comme principaux potentiels de transferts. Le problème a été abordé par une approche numérique (méthode des éléments finis). Le modèle implanté sous COMSOL nous a permis d'évaluer le degré de précision du programme MATLAB développé. Les résultats obtenus ont permis de tracer les distributions spatiotemporelles de la température et de la teneur en vapeur au sein de la paroi étudiée. L'incidence du gradient de température sur le transfert de masse a été mise en évidence à travers l'évaluation du flux massique.

**Keywords**— transfert de masse - milieu poreux - teneur en vapeur - thermodiffusion - changement de phase.

## I. INTRODUCTION

L'enveloppe d'un bâtiment est l'interface entre l'ambiance intérieure et l'environnement extérieur ; elle est le siège de transferts de chaleur, d'humidité, et d'air. En outre, la plupart des matériaux utilisés dans la construction sont des matériaux poreux donc perméables à l'eau. Par ailleurs, certains matériaux sont hygroscopiques, un degré d'hygrométrie élevé peut causer des dommages importants à la construction et induire une mauvaise qualité de l'air intérieur affectant ainsi la santé humaine. Par conséquent, la maîtrise du transfert de chaleur et d'humidité dans les matériaux de construction s'avère indispensable non seulement pour la caractérisation du comportement des ouvrages vis-à-vis de la durabilité et de l'imperméabilisation mais aussi pour l'évaluation précise des performances thermique et énergétique. Les transferts thermo-hydrauliques ont été étudiés par de nombreux chercheurs. Ainsi, plusieurs modèles ont été développés, néanmoins, basés sur le même principe, à savoir conservation de masse et d'énergie. L'examen des différents modèles existants montre que leur évolution s'est opérée principalement par rapport au choix des moteurs de transfert. Luikov et Philip & DeVeries [1,2] ont choisi la température et la teneur en eau massique car cette dernière peut être facilement mesurée. En revanche, c'est une variable discontinue, d'où la difficulté de résolution pour le cas multicouche. Aussi, il a été remarqué que les hypothèses

énoncées par les différents auteurs diffèrent essentiellement dans l'expression des bilans massiques. Certains introduisent le couplage de l'humidité avec la température sur les deux phases vapeur et liquide, tandis que d'autres l'introduisent uniquement sur la phase vapeur ou sur la phase liquide [1]. Ces hypothèses ont, bien entendu, une incidence directe sur la formulation des différents paramètres du modèle.

## II. MODELISATION DES TRANSFERTS COUPLES DE MASSE ET DE CHALEUR

Dans ce présent travail, on a opté pour un modèle monodimensionnel basé sur les travaux de LUIKOV. Il permet de prédire la distribution de la température et de la teneur en vapeur d'eau au sein d'un matériau poreux. La teneur en vapeur d'eau a été choisie comme moteur de transfert car elle représente une variable continue. Le modèle est résolu par la méthode des éléments finis. Ensuite, une validation du modèle a été entreprise en confrontant les résultats obtenus à ceux issus de COMSOL multiphysics.

### A. Hypothèses du modèle

- ✓ Les transferts sont unidirectionnels.
- ✓ La phase solide est indéformable.
- ✓ Les constantes thermo-physiques de la phase liquide sont celles de l'eau pure.
- ✓ On néglige le mouvement de masse dû à un gradient de pression totale. L'isotherme d'adsorption est supposée unique car la surface d'échange ne peut adsorber que la vapeur d'eau.
- ✓ Les fluides composant le milieu poreux sont incompressibles.
- ✓ A partir d'un certain Volume Élémentaire Représentatif, les champs des caractéristiques géométriques moyennes du milieu poreux sont homogènes et isotropes.
- ✓ Les propriétés thermo-physiques sont considérées constantes (faibles gradients d'humidité). Selon MENDES [3], le modèle avec les propriétés constantes donne de bons résultats (erreurs < 8%).

## B. Modélisation mathématique

### 1) Mécanismes de flux hydrique

L'expression du flux d'humidité  $j_v$  en fonction de la vapeur contenue  $v$  et du coefficient de diffusion de vapeur  $\delta_v$  est [1, 4, 5, 6]:

$$j_v = -\delta_v \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1)$$

Le flux du liquide dépend des gradients de pression d'eau et de la viscosité de l'eau [1, 4, 5, 6]:

$$j_l = -\frac{\rho_w k_p}{\eta} \frac{\partial P_w}{\partial x} \quad (2)$$

Avec  $P_w$ : pression d'eau dans les pores :

$$P = \frac{RT \rho_w v}{M_w v_s} \quad (3)$$

Selon NILSSON (2004), le flux total d'humidité dans le cas isotherme  $j_m$  peut être exprimé par :

$$j_m = j_v + j_l = -\delta_v \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\rho_w k_p}{\eta} \frac{\partial P_w}{\partial x} = -(\delta_v + \delta_l) \frac{\partial v}{\partial x} = -\delta \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4)$$

Lorsque l'humidité et la température varient, il est difficile de trouver un seul paramètre qui régit le transfert total d'humidité, donc le mieux est d'utiliser directement la température comme l'une des données et la laisser décrire la variation du transfert de l'humidité lorsqu'un gradient de température est ajouté.

$$j_m = -\delta \frac{\partial v}{\partial x} - D_T \frac{\partial T}{\partial x} = -\delta \frac{\partial v}{\partial x} - \varepsilon \cdot \delta \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5)$$

### 2) Les transferts couplés de chaleur et de masse dans les milieux poreux

Dans les cas non isothermes, le changement de phase agit comme une source de chaleur. Selon Chen et Wang (2001), lorsque le gradient de température entre les deux faces est inférieur à 10 °C, les propriétés de transfert varient très peu, le système d'équations peut donc être considéré linéaire [5-11]:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho C_m (\sigma h_{lv} + \gamma) \frac{\partial v}{\partial t} \quad (6)$$

$$\rho C_m \frac{\partial v}{\partial t} = \delta \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + s \cdot \delta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (7)$$

Le passage de la teneur en eau à la teneur en vapeur se fait en utilisant la pente de l'isotherme d'adsorption  $\frac{\partial w}{\partial \phi}$  définie par l'expression suivante :

$$C_m = \frac{\partial w}{\partial v \cdot \rho} = \frac{\partial w}{\partial \phi} \cdot \frac{1}{\rho \cdot v(T)}$$

Le dernier terme de l'équation (6) caractérise les phénomènes de changement de phase liquide/vapeur et les processus de sorption et de désorption au sein du milieu

poreux. Le coefficient  $\sigma$  est le rapport entre le flux de vapeur d'eau et le flux massique total [12].

### 3) Conditions aux limites

#### Pour $x = 0$ :

$$\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_{ext} [T(0, t) - T_{ext}] \quad (8)$$

$$D \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} + D_s \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \beta_{ext} [v(0, t) - v_{ext}] \quad (9)$$

#### Pour $x = L$ :

$$-\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = h_{int} [T(L, t) - T_{int}] \quad (10)$$

$$-D \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} + D_s \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = \beta_{int} [v(L, t) - v_{int}] \quad (11)$$

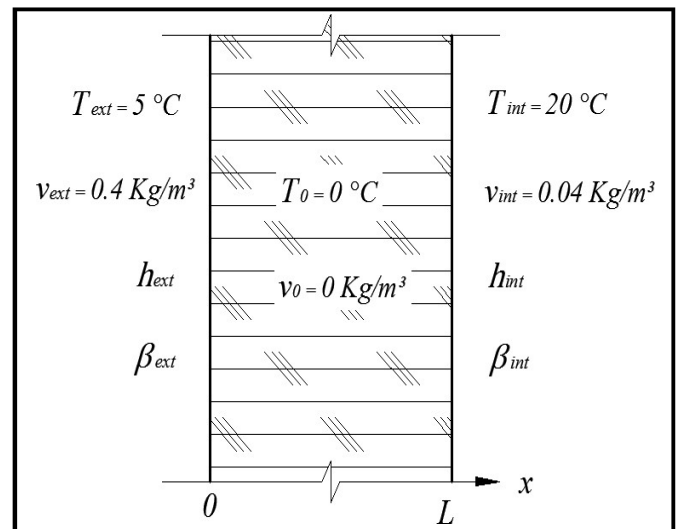


Fig. 1 : Schéma de la paroi étudiée

### C. Résolution numérique

Les équations (6) et (7) avec les conditions aux limites forment un système d'équations différentielles partielles linéaires et couplées résolu par la méthode des éléments finis.

#### 1) Discrétisation des équations

Les deux équations sont transformées sous forme matricielle on obtient le système suivant :

$$[C_T]\{\dot{T}\} - [C_{TV}]\{\dot{v}\} + [K_T]\{T\} = \{F_T\} \quad (12)$$

$$[C_V]\{\dot{V}\} + [K_{VT}]\{T\} + [K_V]\{V\} = \{F_V\} \quad (13)$$

Ces deux systèmes sont transformés en un système linéaire (14) dans lequel le vecteur des inconnus admet pour composantes  $T_0, T_1, \dots, T_n, v_0, v_1, \dots, v_n$  :

$$\begin{bmatrix} C_T & -C_{TV} \\ Z & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ V \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_T & z \\ K & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ V \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_T \\ F \end{Bmatrix}$$

$$[M_c]\{U\} + [K_c]\{U\} = \{F_c\} \quad (14)$$

$$\text{Où : } M = \begin{bmatrix} C_T & -C_{TV} \\ Z & C \end{bmatrix} ; K_c = \begin{bmatrix} K_T & z \\ K_{vT} & K_v \end{bmatrix} ; F_c = \begin{Bmatrix} F_T \\ F_v \end{Bmatrix} ;$$

$U = \begin{Bmatrix} T \\ V \end{Bmatrix}$  et  $z$  est une matrice carrée dont tous les éléments sont nuls

### - Discrétisation temporelle

La discrétisation de l'équation (14) par rapport au temps se fait à l'aide d'un schéma implicite, en utilisant

l'approximation suivante :  $\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_i^{t+\Delta t} = \frac{U_i^{t+\Delta t} - U_i^t}{\Delta t}$

$$[M_c] \frac{U^{t+\Delta t} - U^t}{\Delta t} + [K_c] U^{t+\Delta t} = F_c^{t+\Delta t}$$

$$([M_c] + \Delta t [K_c]) U^{t+\Delta t} = [M_c] U^t + \Delta t F_c^{t+\Delta t}$$

$$U^{t+\Delta t} = [G_c] U^t + ([M_c] + \Delta t [K_c])^{-1} \Delta t F_c^{t+\Delta t} \quad (15)$$

La condition de stabilité  $0 \leq \frac{1}{1+l_i \Delta t} \leq 1$  est toujours vérifiée ( $l_i$  les valeurs propres de la matrice  $[M]^{-1}[K]$ ).

Les paramètres d'entrée utilisés pour la présente simulation sont ceux déterminés (expérimentalement) par A. TRABELSI pour la brique [1]:

$\rho = 1788 \text{ Kg/m}^3$  : masse volumique de la phase solide

$\lambda = 0.87 \text{ W/(m.K)}$  : conductivité thermique

$C_p = 868 \text{ J/(Kg.K)}$  : capacité thermique massique

$C_m = 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg}$  : capacité d'humidité

$\delta = 4.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  : coefficient de diffusion d'humidité

$\varepsilon = 1,4.10^{-3} \text{ Kg/(m}^3.\text{K)}$  : coefficient de gradient thermique

$h_{lv} = 2500 \text{ Kj/Kg}$  : chaleur latente d'évaporation

$\sigma = 0.3$  : rapport entre le flux de vapeur d'eau et le flux massique total

$\gamma = 0$  (le terme  $\rho C_m \gamma \frac{\partial v}{\partial t}$  représente la chaleur de sorption désorption.

$h_{ext} = 16.67 \text{ W/m}^2.\text{K}$

$h_{int} = 9.09 \text{ W/m}^2.\text{K}$

$\beta_{ext} = \beta_{int} = 1,2.10^{-5} \text{ m/s}$  Coefficient d'échange massique par convection.

$L = 10 \text{ cm}$

Un programme MATLAB est développé pour résoudre le système précédent. Le modèle développé est appelé T.T.H.C dans ce qui suit.

### III. RESULTATS ET DISCUSSION

La paroi étudiée est celle de la figure 1. Les profils de la température et de la teneur en vapeur ont été tracés. Les résultats sont donnés par les figures 2 et 3.

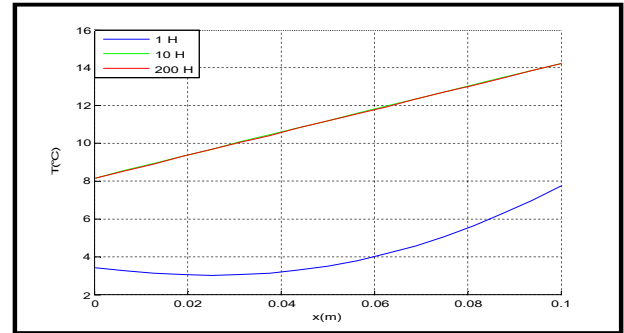


Fig.2: Profils de température obtenus.

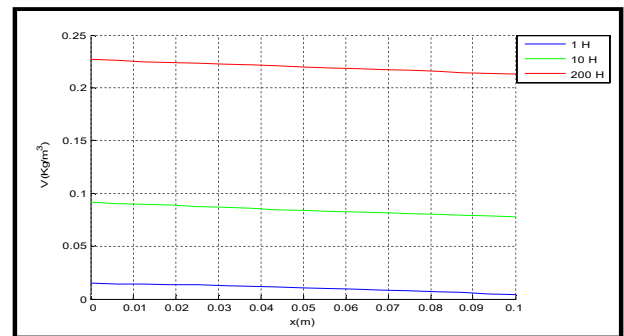


Fig.3 : Profils de la teneur en vapeur obtenus

Les figures 4 et 5 représentent respectivement l'évolution temporelle de la température et de la teneur en vapeur au milieu de la paroi. On note que la température augmente jusqu'à atteindre le régime permanent à une valeur de  $11,18^\circ\text{C}$  de même que la teneur en vapeur qui atteint le régime permanent à  $v=0.22 \text{ Kg/m}^3$ .

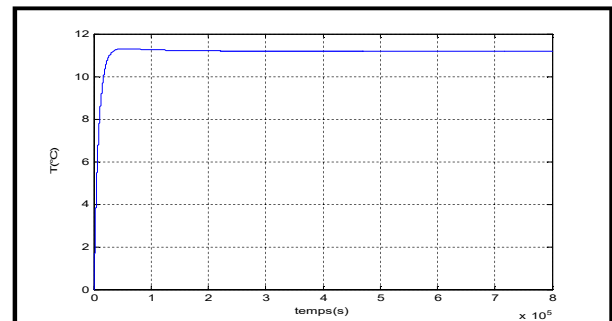


Fig. 2 : Evolution de température au niveau de la surface moyenne

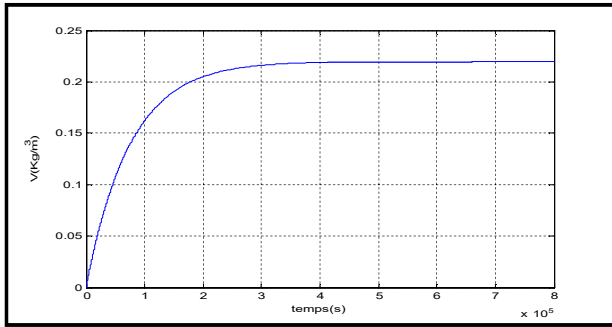


Fig. 3 : Evolution de la teneur en vapeur au niveau de la surface moyenne

IV. VALIDATION AVEC COMSOL MULTIPHYSICS

Le modèle ainsi que les conditions aux limites ont été implémentés sous COMSOL Multiphysics, puis les résultats sont exportés vers MATLAB pour pouvoir les comparer avec les résultats du programme.

Les figures 6 et 7 représentent respectivement une comparaison des profils de la teneur en vapeur et de température entre le modèle développé et l’outil de simulation COMSOL.

L’analyse de différentes courbes nous permet de constater que les écarts entre les résultats du Programme développé et ceux issus de COMSOL multiphysics sont très faibles.

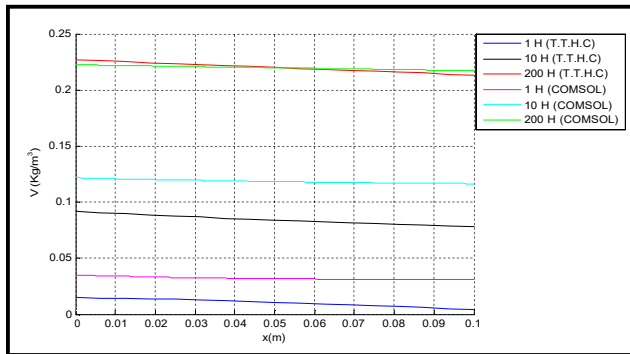


Fig. 4 : Evolution de la teneur en vapeur au sein de la paroi avec le programme développé et Comsol.

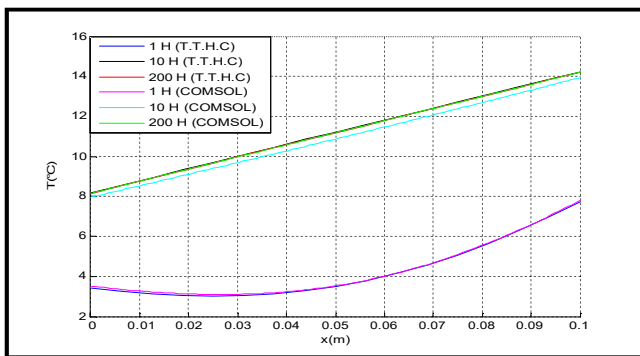
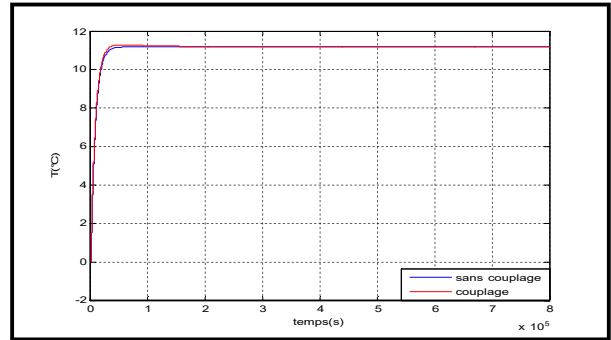


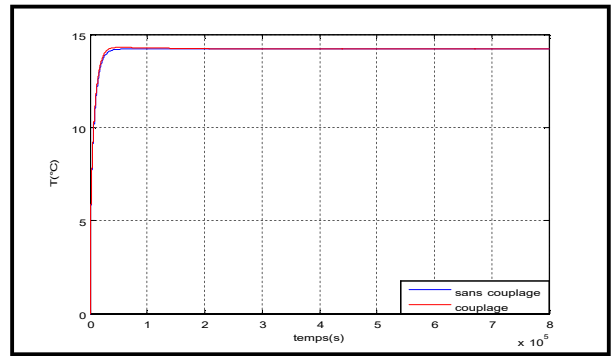
Fig. 7 : Evolution de la température au sein de la paroi avec le programme développé et Comsol.

V. EFFET DU COUPLAGE DES TRANSFERTS SUR L’EVOLUTION DE LA TEMPERATURE ET LA TENEUR EN VAPEUR

Nous avons comparé les évolutions des températures et des teneurs en vapeur dans les deux cas de transferts : découplés et couplés. Les résultats sont représentés dans les figures 8 et 9.

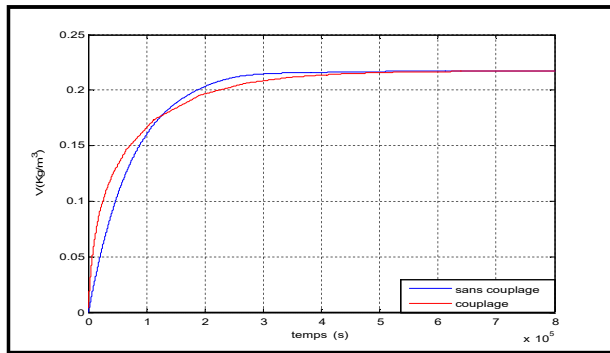


(a) surface moyenne

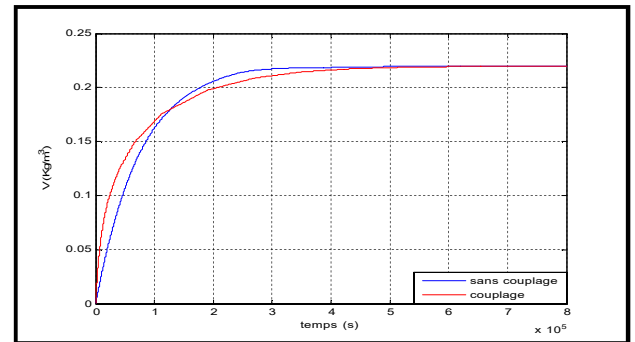


(b) surface intérieure

Fig. 8 : Evolution temporelle de la température à la surface moyenne et intérieure de la paroi



(a) surface intérieure



(b) surface moyenne

Fig.9 : Evolution temporelle de la teneur en vapeur à la surface moyenne et intérieure de la paroi

En analysant la courbe 8, on note une faible différence (de l'ordre de 1.5%) entre les deux cas. Cette petite valeur est due au fait que le gradient d'humidité considéré entre les deux faces est faible ainsi que le manque de précision lors de l'évaluation des paramètres de transfert. L'augmentation de la température lors de la prise en compte du couplage est due au phénomène de changement de phase vapeur-liquide et à la désorption, ce qui traduit la diminution de la teneur en vapeur (pour  $t > 1,3 \cdot 10^5$  s). L'augmentation de la teneur en vapeur (Pour  $0 < t < 1,3 \cdot 10^5$  s) est due au phénomène de thermodiffusion. Selon Peuhkuri et al [4], la contribution du flux massique dû ce phénomène peut dépasser 30% du flux total.

#### VI. EVALUATION DE L'EFFET DE LA THERMODIFFUSION SUR LA QUANTITE DU FLUX MASSIQUE

Pour quantifier l'effet de Soret sur le flux massique total, nous avons évalué les quantités des flux massiques sans et avec couplage des transferts. Les résultats sont présentés dans la figure 10.

Pour les transferts non couplés le flux massique est dû seulement au gradient d'humidité et la valeur de  $\square$  reste constante; contrairement au cas des transferts couplés où le gradient de température influe sur les transferts de masse. En effet le flux massique est plus important dans ce cas et augmente en fonction du temps puisque la température augmente aussi jusqu'à elle se stabilise. A ce niveau, le flux massique dû au gradient thermique peut représenter jusqu'à 60% du flux total (figure 10). Il faut noter que le résultat dépend beaucoup du gradient d'humidité entre les deux faces de la paroi.

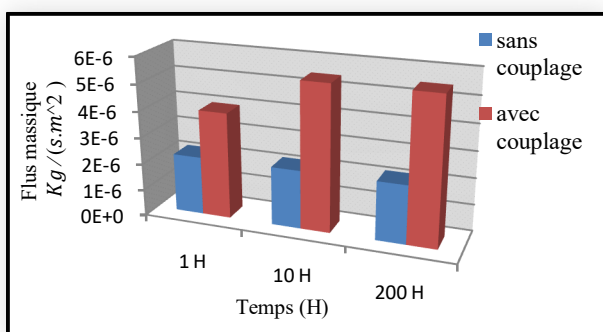


Fig. 5 : Représentation des flux massiques pour les deux cas

#### VII. CONCLUSIONS

La comparaison entre les résultats obtenus sans et avec couplage des transferts de chaleur et d'humidité a montré de légères différences qui restent fonction essentiellement des paramètres d'entrée choisis pour le modèle. L'incidence du gradient de température sur le transfert de masse a été mise en évidence à travers l'évaluation du flux massique. La thermodiffusion (effet Soret) peut jouer un rôle important dans la caractérisation des transferts thermo-hydriques. En effet le gradient de température contribue au flux massique. Cette contribution peut être importante dans certaines configurations. Ceci montre l'importance de la prise en compte de ces phénomènes pour une bonne évaluation du comportement des ambiances intérieures et pour prédire avec finesse la performance globale des bâtiments (confort, besoins énergétiques...).

#### REFERENCES

- [1] A. TRABELSI, Études numérique et expérimentale des transferts hydrothermiques dans les matériaux poreux de construction, these doctorat de l'Université de La Rochelle, 23 02 2010.
- [2] N. SOTEHI, Caractéristiques Thermiques des Parois des Bâtiments et Amélioration de L'isolation, these doctorat de l'université de CONSTANTINE, 2010.
- [3] M. MENDES, F.C. WINKELMANN, R. LAMBERTS, P.C. PHILIPPI, Moisture effects on condition loads, Energy and Buildings 35, 2003.
- [4] M. QIN, Etude des phénomènes de transfert hydrothermiques dans les parois des bâtiments, these doctorat de l'université DE LA ROCHELLE, 2007.
- [5] M. QIN, R. BELARBI, A. AIT-MOLHTAR, L. NILSSON, Simultaneous heat and moisture transport in porous building materials : evaluation of nonisothermal moisture transport properties, La Rochelle, 2007.
- [6] M. QIN, R. BELARBI, A. AIT-MOLHTAR, L. NILSSON, Nonisothermal moisture transport in hygroscopic building materials : modeling for the determination of moisture transport coefficients, La Rochelle, 2007.
- [7] I. TRAORE, Transferts de chaleur et de masse dans les parois des bâtiments à ossature bois, these doctorat de l'Université Henri Poincaré – Nancy Université, 2011.
- [8] J.Y. LIU, S. CHENG, Solutions of Luikov equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies, University of Wisconsin, Madison, WI 53706, U.S.A., 1990.
- [9] L.B. DANTAS, H.R.B. ORLANDE, R.M. COTTA, Estimation of dimensionless parameters of Luikov's system for heat and mass transfer in capillary porous media, University of Rio de Janeiro, 2001.
- [10] M. QIN, R. BELARBI, A. AIT-MOKHTAR, A. SEIGNEURIN, An analytical method to calculate the coupled heat and moisture transfer in building materials, La Rochelle. 2005.
- [11] RENATO M. COTTA E HELCIO R. B. ORLANDE, Identificação de propriedades físicas em problemas de transferência de massa, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [12] A.W. LUIKOV, Heat and mass transfer in capillary-porous bodies, Pergamon Press, Oxford. 1966.