

Génération d'entropie de l'écoulement d'un fluide dans une cavité chauffée

Nawal. Ferroudj^{#1}, Dalila. Menacer^{#2}, Saâdoun. Boudebous^{#3}

[#] Département de Génie Chimique, Faculté de Génie des Procédés Pharmaceutiques, Université de Constantine 3.

Université de Constantine 3 UV N05, Ali Menjeli Nouvelle Ville, Khroub, Constantine, Algérie.

¹naweling@yahoo.fr

²menacer.dalila@yahoo.fr

³s_boudebous@yahoo.fr

Résumé— Dans ce travail, nous présentons une étude numérique du phénomène de la génération d'entropie en convection mixte laminaire, dans une cavité carrée remplie d'air, dont une partie du fond est soumise à une température constante et de longueur égale au quatre cinquième de celle de la cavité, les parois latérales se déplacent vers le haut avec une vitesse fixée, et toutes les autres parties de cette cavité sont considérées adiabatiques. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, d'énergie, et de la génération d'entropie régissant ce phénomène ont été discrétisées par la méthode des différences finies. Un code de calcul est développé en langage Fortran pour résoudre le système d'équation obtenu par cette discrétisation. Les résultats obtenus sont présentés sous forme des champs dynamique et thermique pour différentes valeurs du nombre de Richardson.

Mots clés— Génération d'entropie, convection mixte, cavité carrée, méthode des différences finies

I. INTRODUCTION

Le problème de l'écoulement des fluides avec transfert de chaleur dans des cavités munies des parois mobiles, trouve son application pratique dans le secteur industriel. Lorsqu'une différence de température est imposée, les effets de l'écoulement dus à la flottabilité et du déplacement de la paroi peuvent être comparables, et l'écoulement résultant se caractérise par un régime de convection mixte, ce qui rend l'analyse de tels écoulements encore plus complexe. Par nature le phénomène de la convection est chaotique ; une légère perturbation peut entraîner des modifications significatives de l'écoulement, il est donc tout à fait naturel de s'intéresser à l'identification des différents paramètres, qui peuvent influencer directement ou non l'écoulement en régime de convection mixte et laminaire ayant lieu dans de telles cavités.

La génération d'entropie est une dégradation d'énergie qui se produit notamment, chaque fois que l'énergie non calorifique est transformée en chaleur, où chaque fois que de la chaleur est échangée entre deux corps à des températures

différentes [1]. L'étude de la génération d'entropie a été initiée par A. Bejan [2,3] qui considère que la génération d'entropie de l'écoulement d'un fluide en régime de convection forcé et laminaire, est induite par des mécanismes visqueux et thermique, impliquant les gradients de vitesses et de température. La performance des procédés industriels, mettant en jeu ces différents types d'écoulements, est étroitement liée à la minimisation de la création de cette entropie et par conséquent cela constitue une motivation suffisante pour une meilleure connaissance des différents mécanismes qui occasionnent la création de cette entropie. Nous évoquons dans ce qui suit les principales études concernant ce sujet.

B. S. Yilbas, et al [4]: ont présenté une étude numérique de la génération d'entropie en convection naturelle et en régime laminaire dans une cavité carrée chauffée par le bas, refroidie par le haut et dont les parois verticales sont adiabatiques. Neuf cas ont été étudiés en faisant varier l'écart de température entre la paroi chaude et la paroi froide.

A. C. Baytas [5]: a rapporté une étude numérique de la génération d'entropie en convection naturelle et en régime laminaire dans un milieu poreux confiné dans une cavité carrée inclinée.

S. Z. Shuja, B. S. Yilbas, and M. O. Iqbal [6]-[7]: ont conduit une étude numérique de la génération d'entropie en convection mixte laminaire dans une cavité carrée, contenant un obstacle. Ils ont repris la même étude que la précédente avec la même configuration géométrique. Dans cette seconde étude, l'influence du nombre de Stanton et du rapport d'aspect de l'obstacle ont été examinés.

M. Magherbi, H. Abbassi, A. Ben Brahim [8]: ont effectué une étude numérique portant sur la génération d'entropie en convection naturelle instationnaire dans une cavité carrée.

Latife Berrin Erbay, Zekeriya Altaç, Birsen Sülüş [9]: ont présenté une étude numérique de la génération d'entropie en convection naturelle et en régime laminaire dans une cavité carrée. Les simulations sont effectuées pour des valeurs du nombre de Prandtl (Pr) égales à 0.01 et 1, alors que celles du nombre de Rayleigh (Ra) varient entre 10^2 et 10^8 .

O. Haddad, M. Abuzaid, M. Al-Nimr [10] : ont analysé la génération d'entropie en convection forcée laminaire dans un micro canal horizontal. L'effet des nombres de Knudsen, Reynolds, Prandtl, d'Eckert et la différence de température sur la production d'entropie à l'intérieur du micro canal est discuté.

T. Basak, R. S. Kaluri [11] : ont étudié numériquement la génération d'entropie de la convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'un matériau poreux et soumise à une grande variété des conditions aux limites thermiques. Les irréversibilités thermiques sont analysées pour différents nombres de Prandtl ($Pr = 0.026, 988, 24$) et différents nombres de Rayleigh compris entre 10^3 et 10^5 .

La génération d'entropie en convection mixte et en régime laminaire dans des cavités est un sujet qui reste encore à explorer vu sa complexité. Le but de cette investigation concerne la détermination de la génération d'entropie de l'écoulement d'air dans la cavité considérée.

II. DESCRIPTION DU PROBLEME

Le modèle physique est présenté sur la Fig. 1. Il s'agit d'une cavité carrée dont une partie du fond est soumise à une température constante, de longueur égale au quatre cinquième de celle de la cavité L . Les parois latérales de cette cavité se déplacent vers le haut avec une vitesse fixée, et toutes les autres parties sont considérées adiabatiques. L'entropie de l'écoulement de l'air est générée au sein de cette cavité par l'irréversibilité créée par des mécanismes visqueux et thermiques dus aux gradients de vitesse et de températures.

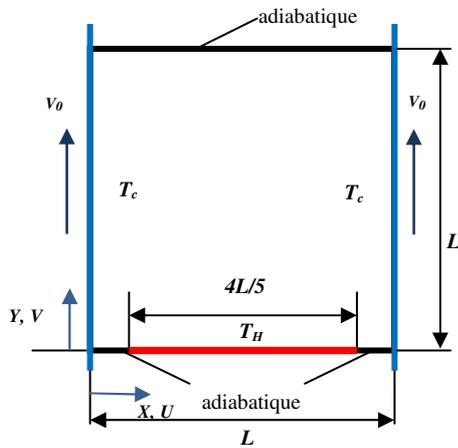


Fig. 1 Géométrie de la cavité étudiée

III. MODELE MATHEMATIQUE

Le système d'équation régissant le modèle s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante :

A. Equation d'énergie

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{RePr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (1)$$

B. Equation de vorticité

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right] + \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (2)$$

C. Equation de la fonction de courant

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\omega \quad (3)$$

D. Les composants de vitesses

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (4)$$

Avec :

θ : Température adimensionnelle.

ω : La vorticité.

ψ : La fonction de courant.

E. Equation de la génération d'entropie

$$S_{gen} = \underbrace{\left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right]}_{S_\theta} + \underbrace{\frac{\mu V_0^2}{k \Delta T} \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right]}_{S_\psi} \quad (5)$$

La génération d'entropie totale est exprimée par:

$$\overline{S_{gen}} = \int_A S_{gen}(X, Y) dX dY \quad (6)$$

Le nombre de Reynolds (Re), le nombre de Prandtl (Pr) et le nombre de Grashof (Gr) sont les principaux paramètres de contrôle et sont définis comme suit :

$$\text{Re} = \frac{V_0 L}{\nu}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}, \quad \text{Gr} = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2}$$

Les paramètres adimensionnelles dans les équations précédents sont définis par:

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_H - T_c}, \quad U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}$$

Le nombre de Bejan (Be) est un nombre sans dimension exprimant le rapport entre la génération d'entropie thermique et la génération d'entropie totale [12] :

$$\text{Be} = \frac{\overline{S_\theta}}{\overline{S_\theta} + \overline{S_\psi}}, \quad \begin{cases} \overline{S_\theta} = \int_A S_\theta dA \\ \overline{S_\psi} = \int_A S_\psi dA \end{cases} \quad (7)$$

Si :

Be > 0.5 implique la domination de l'irréversibilité de transfert de chaleur.

Be < 0.5 implique la domination de l'irréversibilité de frottement de fluide.

L'étude de transfert de chaleur dans la cavité, nécessite la détermination du taux de transfert de chaleur matérialisé par le nombre de Nusselt local et moyen [13].

$$Nu(x) = -\frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0}, \quad \overline{Nu} = \int_0^L Nu(x) dX \quad (8)$$

Les conditions aux limites adoptées pour la résolution du problème sont :

$$\begin{aligned} \theta=0 \quad U=0, V=1 \quad \text{à} \quad X=0-1 \quad \text{et} \quad 0 < Y < 1 \\ \theta=1 \quad U=V=0 \quad \text{à} \quad Y=0 \quad \text{et} \quad \frac{1-\varepsilon}{2} \leq X \leq \frac{1+\varepsilon}{2} \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y}=0 \quad U=V=0 \quad \text{à} \quad Y=0 \quad \text{et} \quad 0 < X < \frac{1-\varepsilon}{2}, \frac{1+\varepsilon}{2} < X < 1 \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y}=0 \quad U=V=0 \quad \text{à} \quad Y=1 \quad \text{et} \quad 0 < X < 1 \end{aligned}$$

Où $\varepsilon = \frac{l}{L}$ est la longueur adimensionnelle de la partie chauffée.

IV. PROCEDURE NUMERIQUE

Les équations (1) à (5) avec les conditions aux limites sont discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies. La discrétisation des différents termes des équations gouvernantes est développée à l'aide d'un schéma Upwind du troisième ordre pour les termes convectifs [14], un schéma centré du quatrième ordre pour les termes diffusifs, ainsi que pour les dérivées partielles du premier ordre.

Les équations (1) et (2) sont résolues par la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre [10] et l'équation (3) par la méthode NLOR: « Non Linear Over Relaxation » [15].

V. RESULTATS ET DISCUSSION

Toutes les simulations ont été faites en considérant l'air comme fluide avec un nombre de Prandtl égal à **0.71**, le nombre de Reynolds est fixé à **100** et la longueur de la partie chauffée est égale à **0.8**. Les nombres de **Grashof** et de **Richardson** sont les paramètres variables du problème. Parmi ces simulations nous avons choisi celles concernant le régime de la convection naturelle dominante ($Ri \geq 21$).

Nous avons présenté les résultats sous forme des champs de la génération d'entropie thermique, visqueuse et totale ainsi que des champs du nombre de Bejan local. Pour plus détails, nous avons présenté aussi l'évolution des nombres de Bejan global et de Nusselt moyen.

A. Développement de l'écoulement en fonction de la génération d'entropie

Les figures (2), (a), (b) et (c) montrent le développement de l'écoulement pour $Ri=21$, **25**, **50** respectivement. L'écoulement passe par plusieurs structures, tout d'abord une première structure formée de deux cellules contrarotatives strictement symétriques, ensuite une seconde structure caractérisée par l'apparition de deux cellules non symétriques

et enfin une troisième structure stable définie par quatre cellules parfaitement symétriques. Toute la chaleur de la partie chauffée s'élève en forme de champignon vers le haut de la cavité.

Le temps d'établissement de l'écoulement dépend du nombre de **Richardson**, plus ce nombre augmente et plus l'écoulement s'établit plus rapidement.

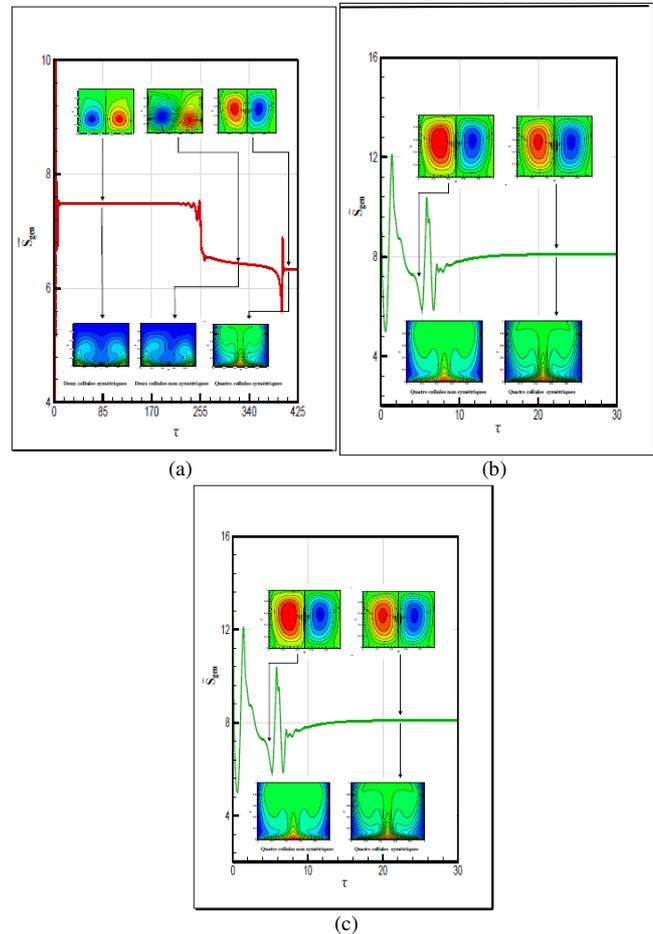


Fig. 2 Développement de l'écoulement durant la génération d'entropie totale

B. Champs de la génération d'entropie totale et du nombre de Bejan

Les contours de la génération d'entropie totale et du nombre de **Bejan** sont présentés dans la figure (3) Nous avons constatés que les lignes matérialisant la génération d'entropie indiquent une conservation de la symétrie. La génération d'entropie totale est principalement due aux gradients de températures aux niveaux de la paroi chaude.

Nous remarquons que le nombre de **Bejan** atteint sa valeur maximale dans les deux tiers inférieurs, et une partie supérieure de la cavité. Nous observons les faibles valeurs de ce nombre sur le centre de la paroi supérieure et le haut des

parois latérales. Nous avons pu remarquer aussi que ces contours se développent de plus en plus avec l'augmentation du nombre de **Richardson**.

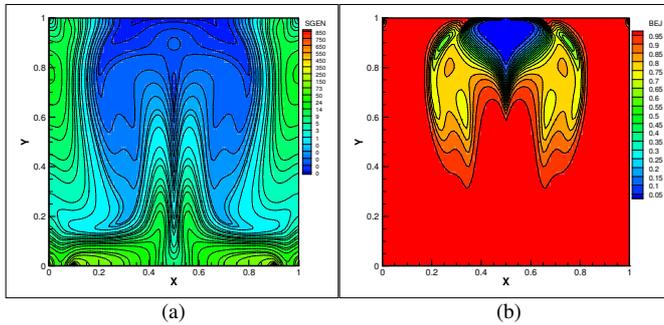


Fig. 3 Champs de la génération d'entropie totale (a) et du nombre de Bejan (b)

C. Champs de la génération d'entropie thermique et visqueuse

Ces champs sont montrés dans la figure (4) pour une valeur du nombre de **Richardson** égale à « 21 ».

La génération d'entropie thermique est conforme à la distribution de la température donnée par la figure (3). Elle est surtout créée près de la paroi chauffée, et près de deux parois latérales.

La génération d'entropie visqueuse apparaît nettement le long des deux parois latérales, dans les quatre coins et au milieu de la cavité.

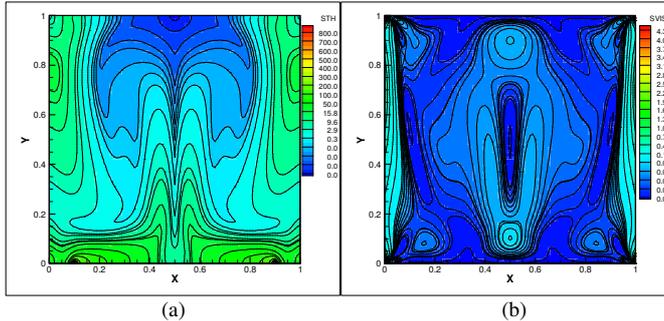


Fig. 4 Champs de la génération d'entropie thermique (a) et visqueuse (b)

D. Evolution du Nombre de Nusselt Moyen

La figure (5) montre l'évolution du nombre de **Nusselt moyen** en fonction du nombre de **Richardson**.

Pour toutes les valeurs de ce nombre, nous remarquons que l'évolution est la même du point de vue qualitatif. Nous constatons des oscillations au fur et à mesure que l'on avance dans le temps jusqu'à atteindre la stabilisation vers une limite constante. L'augmentation du nombre de **Richardson** implique l'augmentation du nombre de **Nusselt moyen**.

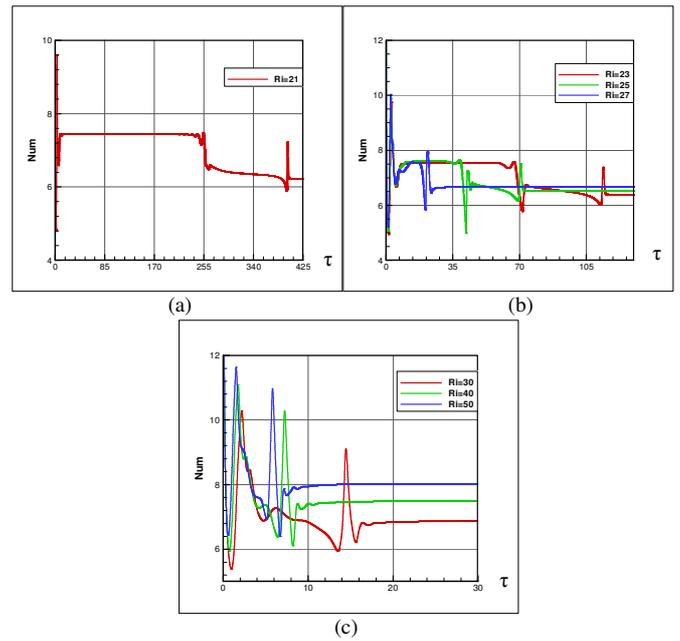


Fig. 5 Evolution du nombre de Nusselt moyen

E. Evolution de la génération d'entropie thermique

L'évolution de la génération d'entropie thermique est représentée dans la figure (6) en fonction des différentes valeurs du nombre de **Richardson**.

Pour toutes les valeurs de ce nombre, nous constatons que cette évolution est la même que celle obtenue dans la figure (2) de point de vue qualitatif et quantitatif. Les gradients de température sont plus importants que ceux de la vitesse.

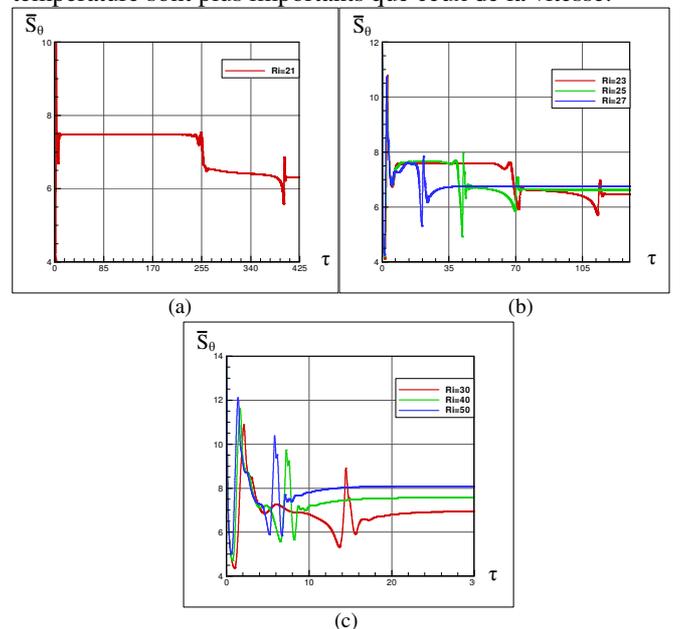


Fig. 6 Evolution de la génération d'entropie thermique

F. Evolution de la Génération d'Entropie Visqueuse

Cette évolution est représentée dans la figure (7) pour les mêmes valeurs des paramètres précédents. Nous remarquons une oscillation ensuite une stabilisation vers une valeur limite fixe. Nous observons aussi de faibles valeurs de l'entropie visqueuse par rapport à l'entropie thermique, ce qui confirme les résultats obtenus dans la figure (6). Cette évolution augmente avec l'augmentation du nombre de **Richardson**.

Nous constatons que la génération d'entropie visqueuse ne cesse d'augmenter au fur et à mesure du développement de l'écoulement, après chaque changement de la structure de l'écoulement elle augmente sensiblement, alors que la génération d'entropie thermique diminue après chaque bifurcation de l'écoulement.

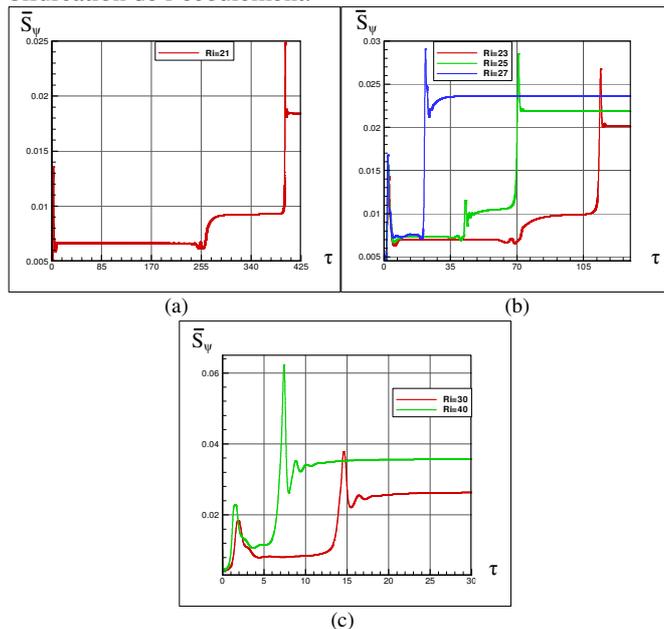


Fig. 7 Evolution de la génération d'entropie visqueuse

F. Evolution du nombre de Bejan

La figure (8) montre l'évolution du nombre de **Bejan** en fonction du nombre de **Richardson**. Les profils de cette évolution sont les mêmes que ceux de la génération d'entropie totale du point de vue qualitatif. Nous observons que le nombre de **Bejan** change à chaque bifurcation de l'écoulement. Il diminue à chaque changement de l'écoulement. A notre avis, cela est dû à l'augmentation de la génération d'entropie visqueuse à chaque changement de l'écoulement. Une fois l'écoulement établi, la valeur de ce paramètre est presque la même quelque soit le nombre de **Richardson**.

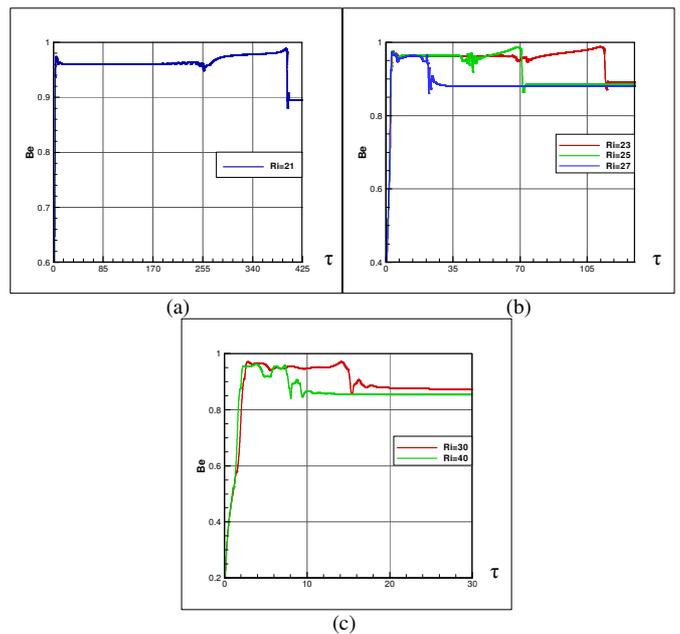


Fig. 8 Evolution du nombre de Bejan moyen

VI. CONCLUSIONS

La simulation numérique de la génération d'entropie en fonction de différents paramètres de l'écoulement d'un fluide en convection mixte, et en régime laminaire, dans une cavité carrée chauffée par le bas, et dont les parois latérales se déplacent vers le haut avec une vitesse fixe, les autres parties sont considérées adiabatiques, est l'objectif principale de notre étude.

Les équations gouvernant ce phénomène ont été discrétisées par la méthode des différences finies, et les systèmes algébriques obtenus ont été résolu par des méthodes numériques appropriés.

Nous avons pu déterminer la structure générale de l'écoulement dans cette cavité sous forme d'isotherme et d'isocourants, les champs de la génération d'entropie, ainsi que l'évolution temporelle du nombre de Nusselt moyen, la génération d'entropie totale et le nombre de Bejan.

L'analyse des résultats préliminaires montre que la création de l'entropie totale augmente avec l'augmentation du nombre de Richardson, ce qui est confirmé par les valeurs du nombre de Bejan «**convection naturelle dominante**». Lorsque ce nombre augmente «**convection naturelle dominante**» la création de l'entropie est essentiellement due aux gradients de température.

REFERENCES

- [1] P. A. JAVET, P. LERCH, E. PLATTNER, Introduction à la chimie pour ingénieurs, 2nd ed, Presses polytechniques et universitaires romandes, 1995.
- [2] A. Bejan, "A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer," *J. Heat Transfer*, vol. 101, pp. 718-725. 1979

- [3] A. Bejan, "The thermodynamic design of heat and mass transfer processes and devices," *J. Heat and Fluid Flow*, vol. 8, pp. 258-275. 1987.
- [4] A. Bejan, "The thermodynamic design of heat and mass transfer processes and devices," *J. Heat and Fluid Flow*, vol. 8, pp. 258-275. 1987.
- [5] B. S. Yilbas, "Natural Convection and Entropy Generation in a Square Cavity," *International Journal of Entropy Research*, Res. 22, 1275-1290. 1998.
- [6] A. C. Baytaç, "Entropy generation for natural convection an inclined porous cavity," *International Journal of Heat and Mass transfer*, vol. 43, pp. 2089-2099. 1999.
- [7] S. Z. Shuja, B. S. Yilbas, M. O. Iqbal, "Mixed convection in a square cavity due to heat generation rectangular body," *International Journal of Numerical Method for Heat & Flow*, vol. 10, pp. 824-841. 2000.
- [8] B. S. Yilbas, S. Z. Shuja, M. O. Iqbal, "Energy and entropy analysis in a square cavity with protruding body: effect of protruding body aspect ratio," *International Journal of Energy Research*, vol. 26, 851-866. 2002.
- [9] L. B. Erbay, Z. Altaç, B. Sütlüş, "An Analysis of the Entropy Generation in Square Enclosure," *Entropy*, vol 5, 496-505, 2003.
- [10] O. Haaddad, M. Abuzaid, M. Al-Nir, "Entropy Generation Due To Laminar Incompressible Forced Convection Flow Through Parallel-Plates Microchannel," *Entropy*, vol 5(6), 413-426, 2004.
- [11] T. Basak, R. S. Kaluri, A. Balakrishnan, "Effects of thermal boundary condition on entropy generation during natural convection," *Numerical Heat Transfer, Part A*, 59, 372-402, 2011.
- [12] Dale A. Anderson, John C. Tannehill, Richard H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, United States, 1984.
- [13] Ana-Maria Bianchi, *Transferts thermiques*, 1ère ed, Press polytechniques et universitaires romandes.
- [14] T. Kawamura, H. Takami, K. Kuwahara, "New higher-order upwind scheme for incompressible Navier-Stokes equations," *Numerical Method in Fluid Dynamics*, Lecture Notes in Physics, vol, 218, pp. 291-295, 1985.
- [15] Dale A. Anderson, John C.Tannehill, Richard H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, United states, 1984.
- [16] John Wiley & Sons, *Applied Numerical methods*, Copyright, by John Wiley & Sons, 1969.