

ÉTUDE NUMÉRIQUE DE L'INFLUENCE DU NOMBRE DE PRANDTL SUR LA GÉNÉRATION D'ENTROPIE DANS UNE ENSEINTE CARRÉE CHAUFFÉE PAR LE BAS

FERROUDJ NAWAL^{#1}, KACHI SACIA^{*2}, BOUDEBOUS SAADOUN^{#3}

^{#1} *Laboratoire de Biotechnologie, École Nationale Supérieure de Biotechnologie (ENSB), Constantine, Algérie*
Ville universitaire Ali Mendjeli, BP E66 25100, Constantine, Algérie

¹n.ferroudj@ensbiotech.edu.dz

²kachi.sacia@gmail.com

²*Génie des procédés, Université de Constantine3, Algérie*

³s_boudebous@yahoo.fr

^{#3} *Université de Larbi Ben M'hidi O.E.B*
Algérie

Abstract— Dans ce travail nous nous intéressons à une étude numérique du phénomène de la génération d'entropie en convection mixte laminaire dans une cavité carrée. Les parois latérales de la cavité, soumises à une température froide, se déplacent vers le haut avec une vitesse constante. Une source de chaleur est placée au milieu de la paroi inférieure. Toutes les autres parois de la cavité sont considérées adiabatiques. Les équations générales de conservation, formulées par un modèle mathématique basé sur l'approche « fonction de courant-vorticité (ψ, ω) », sont discrétisées par la méthode des différences finies. Les résultats obtenus présentent l'influence du nombre de Prandtl pour différentes valeurs du nombre de Richardson sur les caractéristiques des champs de la génération d'entropie.

Keywords— Génération d'entropie, convection mixte, Différences Finies, Nombre de Prandtl, Cavité Carrée.

décrites dans plusieurs ouvrages de Bejan [3, 4]. Les concepts fondamentaux de l'énergie, de l'entropie et de leurs applications dans de nombreux domaines scientifiques et technologiques ont été bien détaillés par Dincer et Cengel [5]. De nombreux travaux sur la génération d'entropie dans différents processus ont déjà été rapportés par Oztop et Al-Salem [6] et plus récemment par Oztop et al. [7]. L'étude de la littérature montre qu'aucune attention particulière n'a été accordée à la convection mixte dans la configuration géométrique considérée dans ce travail. Cette contribution vise à étudier l'influence des nombres de Prandtl et de Richardson sur la distribution de la génération de l'entropie et du nombre de Bejan en régime de convection mixte dans la dite configuration géométrique.

I. INTRODUCTION

Les écoulements des fluides dans des espaces confinés avec transfert de chaleur se rencontrent dans de très nombreux domaines de la science et de la technologie tels que par exemple, le refroidissement des composants électroniques, le chauffage et climatisation, les processus biotechnologiques etc. La résistance thermique et le frottement sont des mécanismes qui génèrent une irréversibilité lors des écoulements de fluide présents dans tout processus de transfert de chaleur. Cependant, la première et la deuxième loi de la thermodynamique indiquent que ces irréversibilités entraînent une perte de travail utile (génération d'entropie) dans les processus de transfert de chaleur. L'un des principaux défis de l'ingénierie thermique est de minimiser la génération d'entropie d'un système pour collecter le maximum de travail utile et améliorer ainsi l'efficacité énergétique du système [1, 2]. Les études théoriques les plus importantes de la production d'entropie dans les processus de transfert de chaleur ont été

II. DESCRIPTION DU PROBLEME

La géométrie considérée dans cette étude est une cavité carrée illustrée sur la figure 1. Elle contient une source de la chaleur sur la paroi inférieure soumise à une température constante T_c , les parois verticales se déplacent vers le haut avec une vitesse fixée V_0 , et sont maintenues à une température froide constante T_f . Les autres parois sont supposées adiabatiques. Nous supposons que l'écoulement est laminaire et bidimensionnel, le fluide newtonien et incompressible et qu'il satisfait l'hypothèse de Boussinesq.

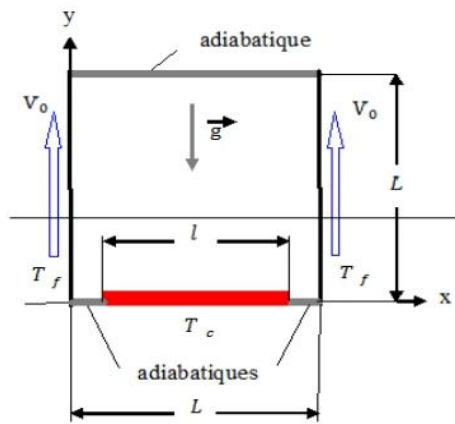


Figure 1. Configuration géométrique

Le modèle mathématique, basé sur la formulation fonction de courant-vorticité ($\psi-\omega$), régissant le phénomène de la convection mixte est donné par les équations adimensionnelles suivantes :

A. Equation d'énergie :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (1)$$

B. Equation de la vorticité :

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right] + \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (2)$$

C. Equation de la fonction de courant :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\omega \quad (3)$$

D. Composantes de vitesses :

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (4)$$

Les paramètres figurant dans ces équations sont, respectivement, les nombres de Reynolds, de Prandtl et de Richardson et sont définis par les relations suivantes :

$$\text{Re} = \frac{V_0 L}{\nu}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}, \quad \text{Ri} = \frac{Gr}{\text{Re}^2},$$

$$Gr = \frac{g \beta (T_c - T_f) L^3}{\nu^2} \text{ est le nombre de Grashof.}$$

Les variables primitives et les variables sans dimensions sont reliés par les expressions suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_c - T_f}, \quad U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}, \quad \tau = t \frac{V_0}{L}, \quad P = \frac{p - p_0}{\rho V_0^2}$$

Dans ces relations x et y sont les coordonnées cartésiennes ; u et v sont les composantes de la vitesse ; g est l'accélération terrestre, T est la température, t est le temps et p est la pression. ν , α , et β désignent, respectivement, la viscosité, la diffusivité thermique et le coefficient d'expansion thermique.

La résolution des équations précédentes est basée sur les conditions aux limites figurant sur la figure 1.

L'équation permettant la détermination du champ de la génération dans le domaine considéré est donnée par l'expression suivante [2] :

$$S_{gen} = \underbrace{\left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right]}_{S_\theta} + \varphi \underbrace{2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2}_{S_\psi} \quad (6)$$

Dans cette formule S_θ est la génération d'entropie thermique, S_ψ la génération d'entropie visqueuse et

$$\varphi = \frac{\mu V_0^2}{k \Delta T^2} \text{ est le coefficient de distribution d'irréversibilité.}$$

Le nombre de Bejan (Be) local qui exprime le rapport entre la génération d'entropie thermique et la génération d'entropie totale est défini par :

$$Be = \frac{S_\theta}{S_\theta + S_\psi} \quad (7)$$

L'intégration numérique, des équations (6) et (7), sur toute la surface de la cavité (Voir l'équation (8)) nous permet de calculer la génération de l'entropie moyenne et le nombre moyen de Bejan.

$$\overline{S_{gen}} = \int_0^1 \int_0^1 (S_\theta + S_\psi) dXdY, \quad \overline{Be} = \int_0^1 \int_0^1 Be dXdY \quad (8)$$

III. PROCEDURE NUMERIQUE

Le système d'équation (1-4) avec les conditions aux limites (5a-5d) a été discrétisé par la méthode des différences finies. La discrétisation suivant le temps est assurée par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Les termes convectifs sont discrétisés à l'aide d'un schéma Upwind du 3^{ème} ordre, alors que les termes diffusifs et les termes sources sont traités par un schéma de différences centrales du 4^{ème} ordre. L'équation de la fonction de courant est résolue par la méthode itérative de sur relaxation N.L.O.R. (Non Linear Over Relaxation). Une fois les champs thermique et hydrodynamique déterminés les équations (6 et 7) sont résolues pour obtenir, respectivement, les champs de la génération de l'entropie et le nombre local de Bejan. Une série de simulations préalables nous a permis d'opter pour un maillage non uniforme de 100×100 nœuds suivant chaque direction. Un code de résolution a été établi en

langage Fortran et a été validé en considérant le travail d'Aydin et Yang [8].

VI. RESULTATS

Les simulations numériques ont été effectuées pour un nombre de Reynolds fixé à 100, une longueur adimensionnelle de la partie chauffée ε égale à 0.8 et un coefficient de distribution d'irréversibilité ϕ égal à 10^{-4} . Trois valeurs du nombre de Prandtl (0.0198, 0.71 et 3.02) caractérisant, respectivement, le mercure, l'air et l'eau ont été considérées pour étudier leur influence sur les champs de la génération d'entropie et du nombre de Bejan et l'évolution de leur moyenne en régime de convection naturelle dominante ($Ri=15$).

A. Les champs de la génération d'entropie totale

Les contours de la génération d'entropie totale sont montrés par la figure 2 pour les différents fluides considérés. Nous constatons que la génération totale d'entropie augmente en fonction du nombre de Prandtl. Aux faibles valeurs de ce nombre, la variation de l'entropie totale ne varie pas beaucoup car le mécanisme de conduction domine et que le gradient de température et le champ d'écoulement sont si réduits ; mais pour les valeurs élevées de ce nombre, l'augmentation de la production totale d'entropie est plus importante, ce qui peut s'expliquer par l'augmentation de l'intensité de l'écoulement du fluide et des gradients de la température. En outre cette génération de l'entropie devient de plus en plus significative et se développe sur les parois latérales et la partie chauffée de la paroi inférieure.

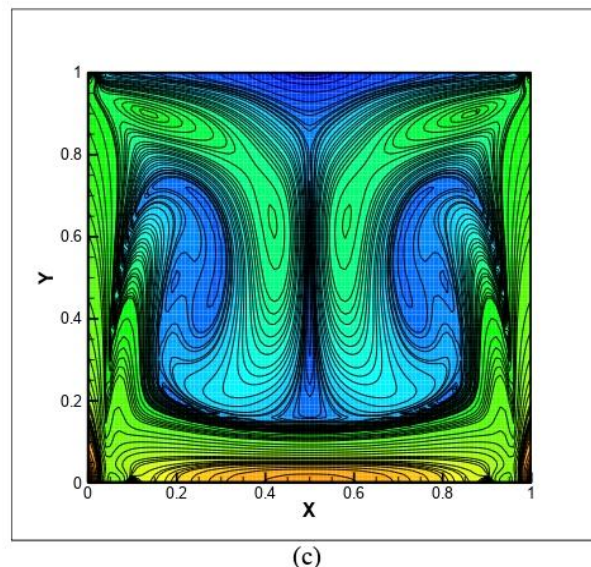
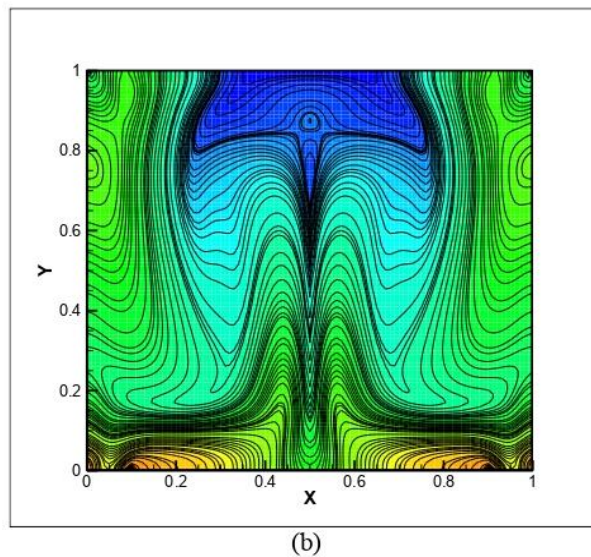
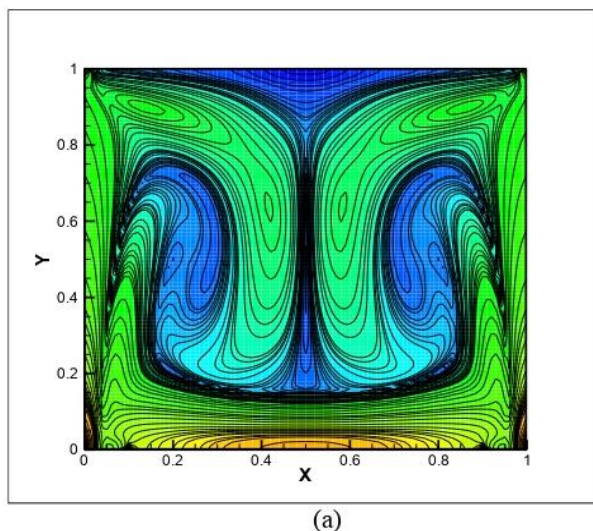


Figure 2. Génération d'entropie totale (a) Mercure $Pr= 0.0198$, (b) Air $Pr=0.71$ et (c) Eau $Pr=3.02$

B. Les champs du nombre de Bejan

Les contours du nombre local de Bejan sont montrés dans la figure 3 pour les différents fluides considérés. Des valeurs maximales de ce nombre sont obtenues presque dans toute la cavité, sauf dans une partie médiane située sur la paroi supérieure qui se rétrécit au fur et à mesure que le nombre de Prandtl augmente.

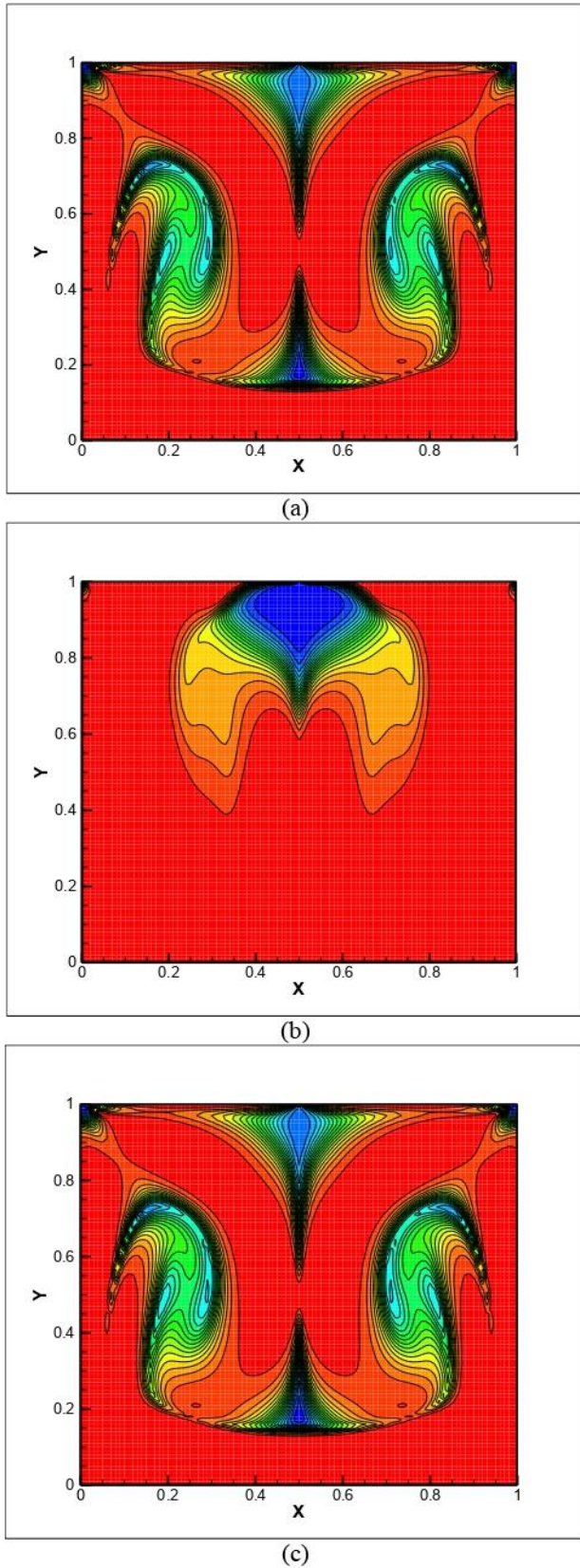


Figure 3. Nombre de Bejan (a) Mercure $Pr=0.0198$, (b) Air $Pr=0.71$ et (c) Eau $Pr=3.02$

C. Evolution de la génération d'entropie moyenne et du nombre de Bejan moyen

L'évolution de la génération d'entropie moyenne et du nombre de Bejan moyen est montrée, respectivement, dans la figure 4 (a) et (b). Cette évolution présente des fluctuations dans les premiers instants avant de se stabiliser à des valeurs constantes. Ces valeurs confirment les résultats précédents à savoir que la génération de l'entropie totale augmente au fur et à mesure que le nombre de Prandtl augmente. Le nombre moyen de Bejan de l'air est légèrement inférieur que ceux du mercure et de l'eau.

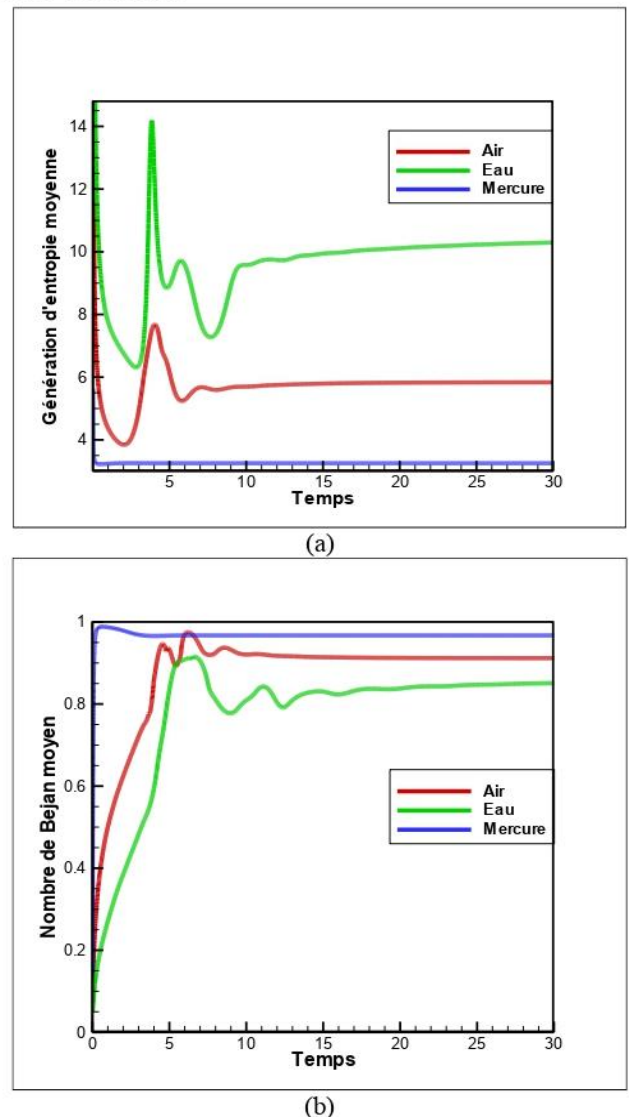


Figure 4. Evolution de la génération d'entropie (a) et du nombre de Bejan (b)

IV. CONCLUSIONS

Dans cette étude numérique nous avons considéré l'influence du nombre de Prandtl sur la génération d'entropie de l'écoulement d'un fluide ou la convection naturelle est dominante ($Ri=16$). La configuration géométrique explorée est une cavité carrée chauffée par le bas et dont les parois latérales froides se déplacent vers le haut avec une vitesse constante. Toutes les autres parties de cette cavité sont considérées adiabatiques. Les résultats préliminaires montrent:

- Une augmentation significative de la génération d'entropie moyenne quand le nombre de Prandtl augmente.
- Le nombre de Bejan moyen, pour tous les fluides considérés, est supérieur à 0.5 confirmant que la génération de l'entropie est essentiellement produite par les gradients de température.

REFERENCES

- [1] A. Bejan, Second law analysis in heat transfer. *Energy*, 1980, 5, 720–732.
- [2] A. Bejan. *Entropy Generation Minimization*, CRC Press, 1996.
- [3] A. Bejan. *Entropy Generation through Heat and Fluid Flow*. New York: Wiley Interscience, 1982.
- [4] Bejan A., *Advanced Engineering Thermo-dynamics*, John Wiley and Sons, New York 1988.
- [5] Ibrahim Dincer, Yunus A., Cengel, *Energy, Entropy and Exergy Concepts and Their Roles in Thermal Engineering*, *Entropy* 2001, Vol. 3, 116-149.
- [6] Öztop, H.F.; Al-Salem, K. *A review on entropy generation in natural and mixed convection heat transfer for energy systems*. *Renew. Sustain. Energy Rev.* 2012, Vol.16, pp. 911–920.
- [7] Öztop, H.F, Estellé, P, Yan, W.M, Al-Salem, K, Orfi, J, Mahian, O, A brief review of natural convection in enclosures under localized heating with and without nanofluids, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2015, Vol. 60, 2015, pp. 37-44
- [8] Aydın, O., Yang, W. J. *Mixed convection in cavities with a locally heated lower wall and moving sidewalls*. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 2000, Vol. 36, pp. 695–710.