

Integration des fonctions de satisfaction au modèle du goal programming stochastique : cas sélection de portefeuille

Laila Messaoudi

Unité de recherche économie appliquée et simulation, faculté des Sciences Economiques et de Gestion de Mahdia, Tunisia
Lailamessaoudi@yahoo.fr

Abdelwaheb rebai

Faculté des Sciences Economiques et de Gestion, Université de Sfax, Tunisia
Abdelwaheb.rebai@fsegs.rnu.tn

Abstract:

Le processus de sélection du portefeuille traite du choix des titres financiers tenant compte de leurs caractéristiques et des préférences du décideur. Lors de la résolution d'un problème financier, le décideur est souvent confronté à l'incertitude des données concernant le comportement du marché financier ou son propre comportement en tant qu'un homme décideur. Les approches actuellement utilisées peuvent conduire à des résultats peu satisfaisants. De ce fait, en tenant compte de ses insuffisances, et pour obtenir les résultats souhaités ou visés d'un décideur, nous visons développer des modèles de programmation mathématique avec buts (Goal Programming (GP)) où toutes les sources d'incertitude probabiliste et imprécise coexistent simultanément. Ces modèles permettent de faire des compromis entre des objectifs conflictuels du problème de sélection du portefeuille, de tenir compte de la nature incertaine de ces objectifs et d'intégrer les préférences du décideur de façon quantitative. Les modèles proposés sont appliqués dans le contexte de la bourse des valeurs mobilières de Tunis.

Keywords- *Goal Programming stochastique; Préférences du décideur; Sélection du portefeuille, Fonctions de satisfaction.*

I. INTRODUCTION

Markowitz (1952) présente un modèle de sélection de portefeuille bi-critère où le gestionnaire cherche à maximiser le rendement espéré du portefeuille et de minimiser le risque financier. En d'autres termes on cherche le portefeuille qui permet d'accroître la richesse des investisseurs tout en minimisant le risque de réalisation des pertes financières. Il est

clair que ces deux critères sont conflictuels et ils ne peuvent être optimisés simultanément. Ainsi, le gestionnaire est appelé à faire des compromis afin de trouver un portefeuille qu'il soit le plus satisfaisant. La revue de littérature relative à ce domaine nous révèle qu'en pratique se sont les deux critères les plus populaires. Dans leur papier, Steuer et Na (2003) ont présenté une bibliographie concernant l'utilisation des méthodes multicritères d'aide à la décision. Ils ont remarqué que 69% des papiers publiés ont utilisé la programmation à objectifs multiples et que 29% des problèmes ont traité le problème de sélection du portefeuille. Une approche interactive pour ce problème multicritère permet au décideur de définir progressivement un portefeuille répondant à ses préférences personnelles. Parmi ces modèles on retrouve le modèle du « Goal Programming » (GP). Les travaux de Lee et Chesser (1980), Colson et Bruyn (1989), Ballestero et Romero (1996) et d'Arenas et al. (2001 ; 2006) illustrent bien les applications du GP dans la sélection de portefeuille en présence de plusieurs objectifs. Par ailleurs, ces modèles ne tiennent pas compte explicitement les préférences, l'expérience, le savoir faire du gestionnaire de portefeuille et l'aspect aléatoire des données financières prises sur le marché boursier. Dans ce travail, nous nous proposons de résoudre le problème de sélection de portefeuille tout en considérant que les préférences de l'investisseur évoluent avec le processus de choix. On va appliquer, dans un contexte stochastique, successivement, le modèle du goal programming pondéré (GPP) et le modèle du goal programming incluant les fonctions de satisfaction. Ces modèles seront appliqués dans le contexte de la bourse des valeurs mobilières de Tunis.

II. LE MODELE DU GP PONDERE STOCHASTIQUE

Les objectifs retenus dans ce travail de recherche sont les suivants :

1- Maximisation de la rentabilité

Cet objectif était l'un de deux objectifs sur lesquels Markowitz (1952) a proposé le modèle fondamental de la gestion de portefeuille (modèle « Moyenne -Variance »).

Cet objectif est à maximiser et se calcule de la manière suivante :

$$R_i = \frac{(P_{i,t} - P_{i,t-1} + D_{i,t})}{P_{i,t-1}}$$

Où :

$P_{i,t}$: Prix du titre i à l'instant t ;

$D_{i,t}$: Dividende du titre i reçu pendant la période [t-1, t] ;

$P_{i,t-1}$: Prix du titre i à l'instant (t-1) ;

2-Le coefficient de risque bêta (β)

Pour chaque titre le coefficient de volatilité bien connu sous le nom de bêta est égal au rapport de la covariance entre le rendement R_i du titre i et celui du marché R_m à la variance du rendement du marché σ_m^2 :

$$\beta = \text{cov}(R_i, R_m) / \text{Var}(R_m)$$

Où :

R_i : Le rendement de l'action i ;

R_m : Le rendement de portefeuille marché ;

3-Le ratio PER: price earning ratio

Ce ratio sert à déterminer la durée de recouvrement du prix par les revenus futurs : il mesure la durée nécessaire, au rythme courant du bénéfice par action, pour récupérer le prix d'action.

PER= Prix (cours) / Bénéfice par action

Ce ratio, étant négatif en cas de perte. Plus ce ratio est petit plus l'action est attractive, alors cet objectif est à minimiser.

Ainsi, la reformulation mathématique relative à notre problème de sélection de portefeuille, selon le modèle du GP pondéré stochastique (tel que proposé par Aouni et al (2001)) stochastique se présente comme suit :

$$\text{Min}Z = W_1^- \delta_1^- + W_2^+ \delta_2^+ + W_3^+ \delta_3^+$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{i=1}^n \bar{R}_i^{\text{réelle}} X_i + \delta_1^- - \delta_1^+ = \max [E(R_i^{\text{normale}}) + K_{\psi} \sigma_{R_i^{\text{normale}}}]$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{\beta}_i^{\text{réelle}} X_i + \delta_2^- - \delta_2^+ = \max [E(\beta_i^{\text{normale}}) + K_{\psi} \sigma_{\beta_i^{\text{normale}}}]$$

$$\sum_{i=1}^n (\bar{PER})_i^{\text{réelle}} X_i + \delta_3^- - \delta_3^+ = \max [E((PER)_i^{\text{normale}}) + K_{\psi} \sigma_{(PER)_i^{\text{normale}}}]$$

$$0 \leq X_i \leq 0.13 \quad (\forall i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

Pour pallier à la différence entre les unités de mesure des différents buts, nous avons procédé comme Mukherjee et al (1995) qui ont normalisé les déviations en les divisant par les valeurs des buts correspondants.

Pour traiter les variables aléatoires fixé $(\tilde{R}_i, \tilde{\beta}_i, (PER)_i)$ de la cotée gauche de ces contraintes on prend la moyenne arithmétique comme équivalent déterministe des variables aléatoires.

Concernant l'équivalent déterministe des buts stochastiques du coté droite de trois premières contraintes on a appliqué l'approche de la programmation stochastique avec seuil de probabilité sur les contraintes « Chance – Constrained Programming » (CCP), avec K_{λ} est la fonction de distribution cumulative selon la loi normale.

Dans la première résolution de ce modèle, on va supposer que l'investisseur a opté pour la non pondération des déviations, en effet il estime que les buts contribuent de manière égale dans sa fonction objectif finale. Alors l'investisseur peut fixer :

$$W_j^- = W_j^+ = 1/3 = 0.3333$$

Dans le deuxième cas et comme le plus répandu, l'analyse d'une action et la comparaison avec d'autre se fait sur la base de son rendement et son niveau de risque, dans une deuxième résolution de ce modèle on va accorder plus d'importance à ces deux critères par exemple si l'investisseur fixe

$$W_1 = W_2 = 0.4 \text{ et } W_3 = 0.2$$

Le modèle du GPP ci-dessus présenté sera utilisé pour la sélection d'un portefeuille financier à partir des données empiriques de la bourse des valeurs mobilières de Tunis (Tunisie). Il s'agit des données boursières des entreprises tunisiennes cotées à la bourse de Tunis pour la période allant de janvier 2004 à décembre 2012. L'échantillon est composé de 31 entreprises. Ces dernières sont admises à la cote permanente et elles ont été choisies sur la base de la disponibilité des données à partir de l'année de leur introduction en bourse (tableau I).

TABLEAU I. LES COEFFICIENTS DES TITRES DANS LES CONTRAINTES

Titres	variable	Rentabilité	PER
AMEN BANK	X1	0.00084	9.5617
ATB	X2	0.00023	8.6164
BH	X3	0.0019	11.53109
BIAT	X4	0.00042	9.6721
BNA	X5	0.00139	8.75103
BT	X6	0.00098	10.6721
BTEI	X7	0.000391	9.56321
STB	X8	0.00037	7.60373
ATLB	X9	0.00061	12.9842
UBCI	X10	0.000302	10.571
UIB	X11	0.000048	7.8431
ASTREE	X12	0.00994	13.74319
STAR	X13	0.000998	10.634123
ASS.SALIM	X14	0.00109	9.6302
TUNIS RE	X15	0.00208	17.98642
ATL	X16	0.00069	12.8875
CIL	X17	0.00053	19.7533
ATTI. LEA	X18	0.000439	8.76338
T.L.S	X19	0.00107	10.7632
ELWIFAK .L	X20	0.00817	11.88423
SPDIT-SICAF	X21	0.000789	17.9653
TUNINV	X22	0.00101	7.98542
PL.TS	X23	0.000429	17.6324
SIMPAR	X24	0.000498	11.756
PGH	X25	0.000529	7.6548
SIAME	X26	0.000791	8.0832
SIPHAT	X27	0.00106	15.8732
SOMOCER	X28	0.0001	7.041
SOTUVER	X29	0.000762	12.9632
STIP	X30	0.0000103	11.306
SOTUMAG	X31	0.000419	7.50742

La résolution de ce dernier programme avec ces deux simulations avec le logiciel de la programmation mathématique LINGO .0.8. a donné les résultats suivants (tableau II) :

TABLEAU II. LES COMPOSITIONS DES PORTEFEUILLES SELECTIONNES

Action	Premier cas	Deuxième cas	Troisième cas
X1	0.130	0.130	0.1300
X2	0.000	0.000	0.000000
X3	0.000	0.0100	0.01000
X4	0.130	0.1300	0.1300000
X5	0.000	0.0000	0.000000
X6	0.000	0.000	0.000000
X7	0.000	0.000	0.000
X8	0.13	0.13	0.13
X9	0.000	0.000	0.000000
X10	0.000	0.000	0.000000
X11	0.000	0.000	0.000000
X12	0.130	0.1200	0.1200000
X13	0	0	0
X14	0.000	0.0000	0.000000
X15	0.000	0.0000	0.000000
X16	0.000	0.0000	0.000000
X17	0.000	0.0000	0.000000
X18	0.000	0.0000	0.000000
X19	0.100	0.1000	0.1000000
X20	0.000	0.0000	0.000000
X21	0.000	0.0000	0.000000
X22	0.130	0.0633	0.063333

X23	0.000	0.0566	0.056667
X24	0.000	0.0000	0.000000
X25	0.017	0.1300	0.1300000
X26	0.130	0.1300	0.1300000
X27	0.000	0.0000	0.000000
X28	0.099	0.0000	0.000000
X29	0.000	0.0000	0.000000
X30	0.000	0.000	0.000000
X31	0.000	0.0000	0.0000
Rendement	0.03745		0.03173
PER	0.398		0.369
Risque	0.055		0.0548
Z	0		0

La résolution de notre modèle a donné des déviations présentées dans la fonction objectif toutes nulles soient :

$$(\delta_1^- = 0, \delta_2^+ = 0, \delta_3^+ = 0)$$

cela implique que tous les objectifs de l'investisseur sont atteints.

Toutefois, dans cette variante, l'objectif peut être implicitement favorisé selon l'échelle de mesure utilisée. A titre d'exemple, si les évaluations de chaque action selon le critère PER sont divisées par 10, la nouvelle contrainte du ratio PER devient :

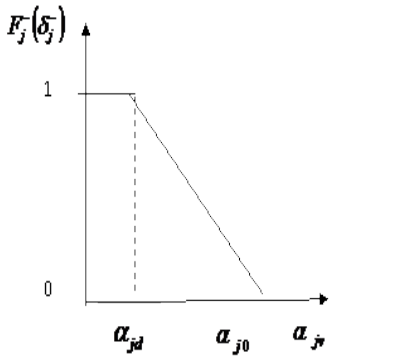
$$\sum_{i=1}^n (PER/10)_i^{réelle} X_i + \delta^- - \delta^+ = \max [E((PER)_i^{normale}) + K_{\psi} \sigma_{(PER)_i^{normale}}] / 10$$

Ainsi, d'après le tableau II, on remarque que le changement au niveau de l'échelle de mesure du critère PER aboutit à la sélection d'un nouveau portefeuille (troisième cas) malgré que les données techniques n'aient pas réellement changées. De ce fait, aucune interprétation relative à ces résultats ne peut être considérablement reconnu comme satisfaisante.

D'où l'idée de l'application du modèle du GP incluant les fonctions de satisfaction :

III. LE MODELE DU GP STOCHASTIQUE INCLUANT LES FONCTIONS DE SATISFCTIONS

Les fonctions permettent de surmonter certaines critiques tels que la pondération des déviations par rapport aux buts et la pondération implicite par les échelles de mesure propre a chaque objectif, il ne reste plus qu'à pondérer les objectifs. Les fonctions de satisfaction retenues dans ce modèle sont de type (critère à préférence linéaire avec zone d'indifférence) pour les trois objectifs.



Avec :

$F_j(\delta)$: la fonction de satisfaction associée aux déviations δ_i .

α_{jd} : Seuil d'indifférence.

α_{j0} : Seuil de satisfaction nulle

α_{jv} : Seuil de veto : (c'est à dire on n'accepte pas une déviation supérieure à α_{jv} .

Le programme final à optimiser est le suivant :

$$MaxZ = W_1^- F_1^-(\delta_1^-) + W_2^+ F_2^+(\delta_2^+) + W_3^+ F_3^+(\delta_3^+)$$

Sujet aux contraintes :

$$\sum_{i=1}^n \bar{R}_i^{réelle} X_i + \delta_1^- - \delta_1^+ = \max [E(R_i^{normale}) + K_{\psi} \sigma_{R_i^{normale}}]$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{\beta}_i^{réelle} X_i + \delta_2^- - \delta_2^+ = \max [E(\beta_i^{normale}) + K_{\psi} \sigma_{\beta_i^{normale}}]$$

$$\sum_{i=1}^n (\bar{PER})_i^{réelle} X_i + \delta_3^- - \delta_3^+ = \max [E((PER)_i^{normale}) + K_{\psi} \sigma_{(PER)_i^{normale}}]$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$\delta_j^- \geq 0 \text{ et } \delta_j^- \leq \alpha_{jv}$$

Puisque Les seuils permettent d'expliquer la sensibilité du décideur aux déviations des objectifs par rapport à ses buts et de prendre en compte l'incertitude les caractérisant, ces derniers seront déterminés en fonction de la sensibilité du décideur et de la dispersion des buts représentée par la variance. Soient

$$\alpha_{jd} = f_{jd}(\sigma_j^2), \quad \alpha_{j0} = f_{j0}(\sigma_j^2)_{\epsilon\tau}, \quad \alpha_{jv} = f_{jv}(\sigma_j^2)$$

Avec

$$0 \leq f_{jd}(\sigma_j^2) \leq f_{j0}(\sigma_j^2) \leq f_{jv}(\sigma_j^2)$$

Ces seuils se sont généralement établis comme étant une portion de la valeur de la variance. Dont le but de biaiser la subjectivité lors de choix des seuils, on va proposer deux simulations.

TABLEAU III. SEUILS ET PARAMETRES RELATIFS AUX OBJECTIFS

Première simulation	Deuxième simulation
$\alpha_{jd} = f_{jd}(\sigma_j^2) = 0.2(\sigma_j^2)$	$\alpha_{jd} = f_{jd}(\sigma_j^2) = 0.15(\sigma_j^2)$
$\alpha_{j0} = 1.5\alpha_{jd}$	$\alpha_{j0} = 1.5\alpha_{jd}$
$\alpha_{jv} = 2\alpha_{j0}$	$\alpha_{jv} = 2\alpha_{j0}$
$\lambda = 5\%$	$\lambda = 1\%$

A ce niveau de cette étude, l'investisseur va se limiter au cas de non pondération des déviations: La résolution de ce dernier programme avec ces deux simulations avec le logiciel de la programmation mathématique LINGO .0.8. a donné les résultats suivants (Tableau IV).

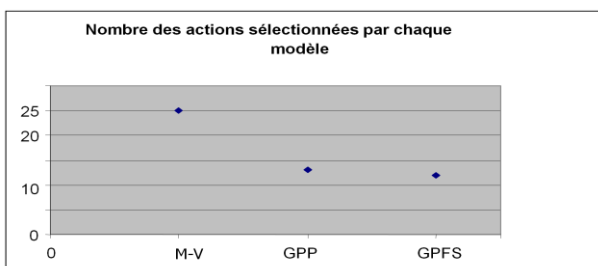
TABLEAU IV. CARACTERISTIQUES DES PORTEFEUILLES SELECTIONNES

Objectif	Rendement		Risque bêta		PER	
	P(1)	P(2)	P(1)	P (2)	P (1)	P (2)
Valeur d'objectif	0.00375	0.00365	0.059	0.0569	0.4329	0.438
Valeur de but	0.00375	0.0041	0.055	0.05	0.398	0.265
α_{jd}	0.0025	0.0005	0.0065	0.00605	0.1	0.05
α_{j0}	0.0035	0.00035	0.009	0.0091	0.15	0.075
α_{jv}	0.0068	0.00065	0.0191	0.0185	0.3	0.15
$F_j(\delta_j)$	1	1	1	1	1	0.871

Le niveau de satisfaction de l'investisseur, assuré par le portefeuille (P1) est 100% : la valeur de la fonction de satisfaction de l'investisseur est égale à 3. Nous remarquons que le portefeuille 1 est plus rentable, moins risqué, Ayant une durée de récupération plus courte et a un degré de satisfaction supérieur à celui du portefeuille 2. Il est donc recommandé pour l'investisseur de suivre la composition de portefeuille 1.

En comparant les portefeuilles optimaux sélectionnés par les deux modèles, on constate que ceux issus des modèles du GP stochastique présentent les meilleures caractéristiques :

Fig. 1. Comparaison des résultats de trois modèles



En effet, les portefeuilles sélectionnés par le modèle du GPP comportent un nombre important des actions à y investir, dans les différents portefeuilles optimaux. Bien que cette diversification soit favorable à la diminution du risque, elle admet un effet défavorable dû nécessairement à l'insuffisance

de l'effet d'atténuation du risque à compenser les coûts de transactions.

En matière d'intégration des préférences de l'investisseur dans l'approche du GPP stochastique, les préférences se sont introduites à travers des buts stochastiques et donc pas de risque d'exprimer des valeurs arbitraires qui peuvent être incohérentes avec les objectifs recherchés. De plus les coefficients de pondération permettant de révéler l'importance relative qu'accorde le décideur aux différents objectifs ; Autre les différents seuils permettant de refléter le plus fidèlement possible la structure de préférences de l'investisseur, où son intuition, son jugement et son expérience sont mises en contribution. De plus, et du fait que les fonctions de satisfaction sont comprises entre 0 et 1, elles remplacent donc la normalisation et par conséquent, le problème d'incommensurabilité des échelles de mesure est résolu et le modèle n'est plus totalement compensatoire par l'introduction du seuil de veto.

IV. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons procédé à la modélisation et la résolution du problème de sélection de portefeuille dans un contexte stochastique. Au début, on a modélisé ce problème par l'approche du GPP stochastique qui a donné des résultats qui varient en fonction du niveau de l'échelle de mesure des critères. De ce fait, aucune interprétation relative à ces résultats ne peut être considérablement reconnu comme satisfaisante. Pour remédier à cette limite nous avons poussé le raisonnement en utilisant dans une deuxième modélisation du problème de sélection de portefeuille, le modèle du GP stochastique incluant les fonctions de satisfaction. La résolution a donné le portefeuille du meilleur compromis.

Bien qu'aucun modèle, ni les résultats obtenus, ne puissent prétendre être approfondis ou absolument corrects, le modèle du GP stochastique fournit un outil de support efficace pour la décision de choix de portefeuille. Il reste à dire que dans le cadre de modèle du GP la solution sera largement tributaire de la qualité de la régression et de l'inévitable aspect subjectif.

References

Aouni, B. & Kettani, O. (2001), « Goal programming model: A glorious history and a promising future », European journal of operational research, vol. 133, n° 2, pp. 1-7.

Aouni, B. & Kettani, O. (2001), « Goal programming model: A glorious history and a promising future », European journal of operational research, vol. 133, n° 2, pp. 1-7.

Ballestero, E. (2001), « Stochastic goal programming: a mean-variance approach », European journal of operational research, vol. 131, pp.476-481.

Ben Abdelaziz, Aouni, B., F. & El Fayedh, R. (2007), « Multi objective stochastic programming for portfolio selection », European journal of operational research, vol. 177, pp.1811-1823.

Chesser, D. L. & Lee, S.M. (1980), « Goal programming for portfolio selection », Journal of portfolio management, spring, pp. 22-26.

Levy, H. (1992) « Stochastic dominance and expected utility: survey and analysis », Management science, vol. 38, pp. 555-593.

Liu, J., (2007), - « Portfolio selection in stochastic environments », the review of financial studies, vol. 20, n° 1, pp.1-39.

Luhandjula, M.K. (2006), - « Fuzzy stochastic linear programming: survey and future research directions», European journal of operational research, vol. 174, pp.1353-1367.

Markowitz, H. (1952),-« Portfolio selection », Journal of finance, vol.7, pp.77-91.

Martel, J.M., Ben Belasis, F. & Aouni, B., (2005),-« Decision-maker's preferences modelling in the stochastic goal programming », European journal of operational research, vol. 162, pp. 610-618.

Mukherjee, K. & Bera, A. (1995), -«Application of goal programming in project selection decision -A case study from the Indian Coal mining industry », European journal of operational research, vol. 82, pp.18-25.