

Le tolérancement inertiel dans le cas d'un problème d'assemblage

Momtez Charfi Faculté des Sciences Économiques et de Gestion de Sfax |
FSEG · Department of quantitatives methods

Ahmed Ghorbel Faculté des Sciences Économiques et de Gestion de Sfax |
FSEG · Department of quantitatives methods

Ghada Fersi Faculté des Sciences Économiques et de Gestion de Sfax | FSEG · Department of
quantitatives methods

Résumé

La Maîtrise Statistique des Procédés (MSP) est une méthode préventive pour le suivi et le pilotage de la production. Elle vise à stabiliser le procédé en détectant les anomalies par les cartes de contrôle et à réduire la proportion des non-conformités et la ramener à 0% dans la mesure du possible. Dans le cas d'un problème d'assemblage, le jeu est fonction de plusieurs caractéristiques élémentaires. Il arrive que ces caractéristiques élémentaires X_i sont à l'intérieur des tolérances alors que le jeu se trouve hors tolérance et vice versa.

Notre objectif est de tolérer les caractéristiques élémentaires de manière à garantir la fabrication d'un produit dont la caractéristique résultante soit conforme aux exigences. Trois méthodes ont été développées et appliquées pour déterminer les tolérances de quatre caractéristiques élémentaires qui influence le jeu des robinets de gaz fabriqués par l'entreprise : tolérancement statistique, au pire des cas et inertiel.

Le tolérancement au pire des cas se traduit par la notion de bipoint [Min, Max] et entraîne un coût de production très élevé et des intervalles de tolérance très serrés. Par contre, le tolérancement statistique permet de tolérer les caractéristiques élémentaires en élargissant les intervalles de tolérance pour réduire les coûts de production.

Le tolérancement inertiel abandonne la notion de bipoint pour tolérer la caractéristique par une cible et une inertie maximale autour de cette cible. Cette nouvelle représentation place la notion de conformité dans une autre logique : la recherche de la qualité du produit fini plutôt que le respect d'un intervalle pour la caractéristique. Il peut être appliqué pour le pilotage par carte de contrôle et en contrôle de réception, pour décider l'acceptation où le rejet d'un lot en tenant compte de l'inertie de chaque lot.

Mots clés : Problème d'assemblage – MSP – Tolérancement statistique - Tolérancement au pire des cas - Tolérancement inertiel - contrôle à la réception en tolérancement inertiel.

I. Introduction

Le tolérancement d'un ensemble de caractéristiques entrants dans un assemblage reste un difficile compromis entre deux situations bien décrites dans la littérature [4] : le tolérancement au pire des cas et statistique. Le tolérancement au pire des cas garantit l'assemblage dans toutes les situations à partir du moment où les caractéristiques élémentaires sont dans les tolérances. Le tolérancement statistique tient compte de la faible probabilité d'assemblage d'extrêmes entre eux et permet d'élargir de façon importante les tolérances et ainsi de diminuer les coûts. Ces deux situations extrêmes ont des inconvénients bien connus (Coût de production et risque de non-qualité) aussi, plusieurs propositions ont été faites comme compromis partant toutes de l'hypothèse qu'un tolérancement se traduit par un bipoint [Min; Max]. Une autre réponse consiste à ne pas travailler sur les tolérances, mais sur la définition de la conformité par le biais d'indicateurs de capabilité. Ainsi, les indicateurs tels que le C_{pm} [3] offre une réponse partielle à ce problème pour l'évaluation d'un lot, mais sont difficiles à utiliser pour l'évaluation de la conformité d'un seul produit. Nous proposons dans cette article une autre approche en abandonnant la représentation traditionnelle du tolérancement par le bipoint [Min. ; Max.] pour aller vers une autre représentation. La représentation inertielle que nous proposons offre de nombreux avantages et permet de régler les principaux problèmes de tolérancement et de décisions de conformité.

II. Les différentes approches du tolérancement dans un assemblage

1. Le tolérancement – un compromis

Dans le cas général du tolérancement lors d'un assemblage, le problème consiste à déterminer les tolérances sur les caractéristiques élémentaires x_i pour obtenir une caractéristique réponse Y satisfaisant le besoin des clients. En règle générale, lorsqu'on travaille au voisinage de la cible, une approximation linéaire de premier ordre est largement suffisante pour étudier le comportement du système. On considère alors que l'on peut caractériser le comportement par :

$$Y = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i$$

α_i Représente le coefficient d'influence de x_i dans Y . Le problème du tolérancement consiste à tenter de concilier deux préoccupations antagonistes :

- Fixer des tolérances le plus large possible pour diminuer les coûts de production.

- Assurer un niveau de qualité optimal sur la caractéristique Y.

2. Tolérancement au pire des cas

Dans ce cas, on considère que dans tous les cas d'assemblage, la tolérance sur Y est respectée. En cas d'une chaîne de côte unidirectionnelle, et en répartissant de façon uniforme les tolérances, cela conduit à une tolérance sur chaque côté de la chaîne égale à la tolérance de la côte résultante divisée par le nombre de côtes dans la chaîne. La tolérance d'assemblage est :

$$\Delta_Y = \sum \Delta_{X_i}$$

En prenant une répartition uniforme sur l'ensemble des X_i , on a : $\Delta_{X_i} = \frac{\Delta_Y}{n}$

La tolérance au pire des cas consiste à diviser la tolérance résultante sur le nombre des côtes en considérant le même coefficient d'importance aux différentes caractéristiques

Ceci indique que les limites de tolérances sont sévères au pire des cas. Ces limites sont serrées ce qui engendre un coût supplémentaire pour vérifier la conformité du produit assemblé.

3. Tolérancement statistique

Pour un but de réduction des coûts, le tolérancement statistique a été développé pour tenir compte de l'aspect combinatoire des tolérances.

$$Y_0 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i X_i$$

Si les variables sont indépendantes et sont distribués selon une loi quelconque on a :

$$\sigma_Y = \sqrt{\sum \alpha_i^2 \sigma_i^2}$$

Supposant que les tolérances sont proportionnelles à l'écart type et les moyennes de toutes les caractéristiques élémentaires X_i sont centrées sur la valeur cible, on obtient :

$$\Delta_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \Delta_i^2}$$

Le tolérancement statistique permet donc « d'élargir » les tolérances par \sqrt{n} , n'étant le nombre de composants. La tolérance d'assemblage est :

$$\Delta_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}$$

En prenant une répartition uniforme on a : $\Delta_{X_i} = \frac{\Delta_Y}{\sqrt{n}}$

La tolérance statistique consiste à diviser la tolérance résultante sur la racine carrée du nombre

Dans ce type de tolérancement, une des hypothèses fondamentale est le centrage de toutes les caractéristiques élémentaires x_i . De nombreux auteurs ont montré les inconvénients de ce type de tolérancement. Notamment Graves et Bisgaard [7] [6] ont identifié des risques majeurs :

- Le modèle fonctionnel n'est pas adéquat.
- La capabilité des processus est insuffisante.
- Les productions ne sont pas centrées.
- Il n'y a pas indépendance entre les caractéristiques (corrélation).
- Les composants ne sont pas distribués normalement.

Plusieurs méthodes ont été proposées pour surmonter les inconvénients du tolérancement statistique. La plus connue consiste à utiliser le tolérancement statistique augmenté [5][1]. Par cette approche, les tolérances sont calculées par l'équation :

$$T_Y = f \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 T_i^2}$$

f Représentele coefficient d'augmentation souvent choisi arbitrairement autour de 1.5. Dans le cas ou les coefficients α_i sont égaux, en faisant varier le coefficient f , on passe des deux extrêmes : $f = 1$ tolérancement statistique, $f = n$ tolérancement au pire des cas. Différentes situations peuvent conduire à utiliser différents coefficients d'augmentation comme l'a montré Graves [6] qui fournit une approche intéressante pour déterminer de façon optimum ce coefficient f en fonction des capabilités connues ou attendues sur les caractéristiques x_i . Bien que fournissant un compromis intéressant entre les extrêmes (au pire des cas et statistique), ce tolérancement ne permet pas de résoudre tous les cas de figure. Il est toujours possible de trouver un contre-exemple invalidant la méthode retenue.

III. La notion du tolérancement inertiel

1. Tolérancement inertiel

Le tolérancement consiste à déterminer un critère d'acceptation sur les caractéristiques élémentaires X_i garantissant la conformité sur la caractéristique résultante Y quelles que soient les quantités produites. En plaçant une tolérance, le concepteur prend un risque de non qualité par rapport à la situation idéale représentée par la cible. La tolérance permet de limiter le coût de non qualité généré par un écart par rapport à cette cible.

Deux cas se présentent :

- ▶ Lorsque Y est placée sur la cible le fonctionnement est idéal.
- ▶ Lorsque Y s'éloigne de la cible, le fonctionnement est de plus en plus sensible aux conditions, et peut entraîner une insatisfaction chez le client.

La perte financière associée à un écart par rapport à la cible était proportionnelle au carré de l'écart par rapport à la cible (décentrage) « formule de Taguchi ». [2]

$$L = k(Y_i - cible)^2$$

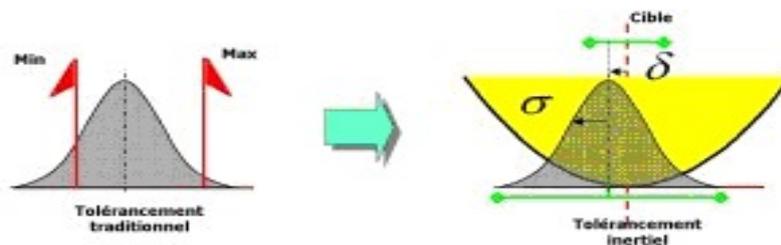
Ainsi dans le cas d'un lot la perte associée est

$$\bar{L} = k(\sigma^2 + (\bar{Y} - cible)^2) = k(\sigma^2 + \delta^2)$$

Le terme variable $I^2 = \sigma^2 + \delta^2$ est homogène à une « inertie » des valeurs autour de la cible, d'où l'appellation inertie qui est égale à : $I = \sqrt{\sigma^2 + \delta^2}$ [10].

Si l'on veut limiter le coût de non qualité, il est donc nécessaire de ne pas utiliser un intervalle [min ; max] comme on le fait traditionnellement mais plutôt tolérer la perte que l'on est prêt à accepter. C'est le principe du tolérancement inertiel qui propose de remplacer le tolérancement classique $Y \pm \Delta Y$ par une tolérance $Y(I_Y)$.

Où I_Y représente l'inertie maximale que l'on accepte sur la variable Y.



$$I_Y^2 = \sigma_Y^2 + \delta_Y^2$$

Fig1 : Représentation graphique du tolérancement inertiel par rapport au tolérancement traditionnel [13].

Le tolérancement inertiel s'écrit donc par :

$$I_X = \sqrt{\sigma_X^2 + \delta_X^2}$$

Avec - σ_X : L'écart type de la distribution des X

- δ_X : L'écart entre la moyenne de la distribution et la cible.

La tolérance est notée par : Cible (I_X).

Ainsi, une tolérance noté 20 (0.2) aura une cible de 20 et une inertie maximale égale à 0.2.

Ce mode de tolérancement peut être interprété par deux situations : [13].

1) Situation 1 : La production est parfaitement centrée sur la cible ($\delta_X = 0$).

A cette situation $I_X = \sqrt{\sigma_X^2 + \delta_X^2}$ devient égal $I_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sigma_X$

- L'écart type maximal est égal à l'inertie.

2) Situation 2 : La dispersion est nulle ($\sigma_X = 0$).

A cette situation $I_X = \sqrt{\sigma_X^2 + \delta_X^2}$ devient est égal à $I_X = \sqrt{\delta_X^2} = \delta_X$

- L'écart maximal de la moyenne à la cible est égal à l'inertie.

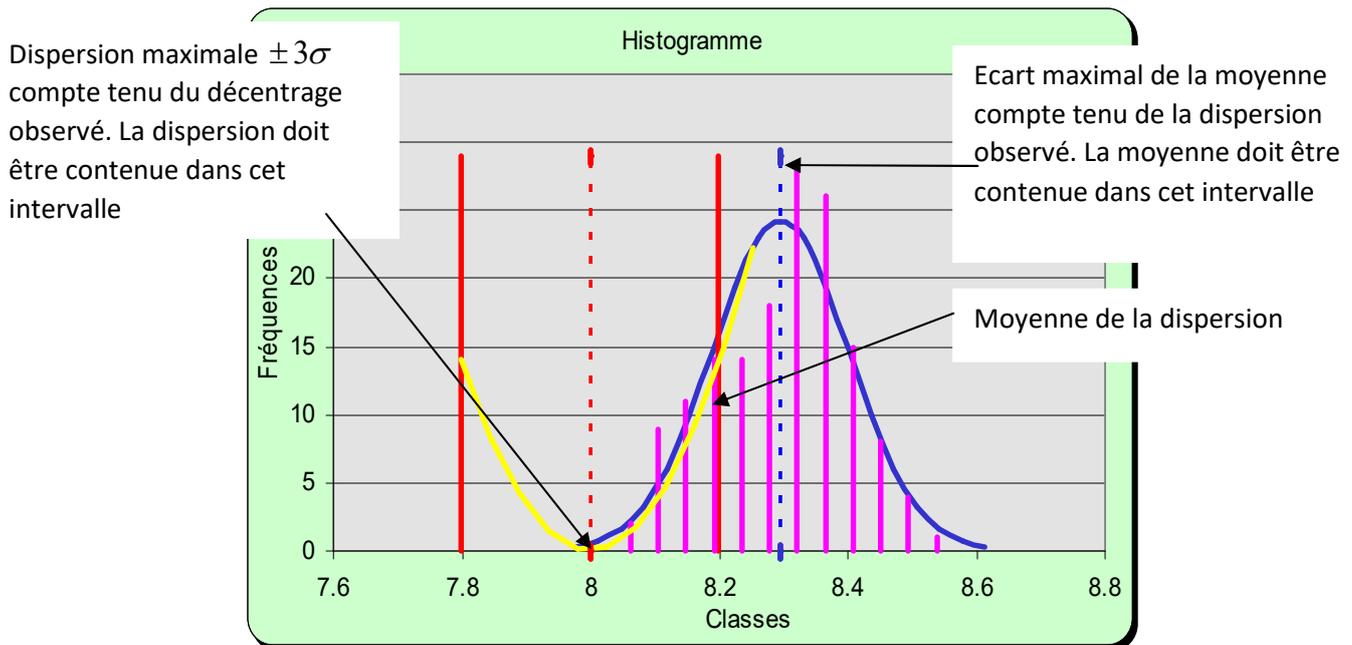


Fig2: Représentation graphique du tolérancement inertiel [12].

Tout d'abord on va calculer l'écart δ compte tenu de la dispersion du lot. Si la moyenne est inférieure à cet écart, le lot est accepté.

Par ce graphique on visualise aussi bien facilement que le lot est acceptable puisque la moyenne est comprise dans l'intervalle permis compte tenu de la dispersion.

Le tolérancement inertiel vise à répondre à trois incohérences :

- Une incohérence Fonctionnelle Pire des cas / Statistique : "quel type de tolérancement doit-t-on appliquer ?" [12].
 - Au pire des cas on demande une qualité très au delà des exigences fonctionnelles.
 - En statistique la conformité d'un lot sur une caractéristique élémentaire ne garantit pas la satisfaction de l'exigence fonctionnelle.
 - Avec le tolérancement inertiel on garantit le pire des cas sans imposer le pire des cas sur les caractéristiques élémentaires

- b) Une incohérence Economique : avec les indicateurs actuels nous acceptons des lots qui coûtent plus cher à l'entreprise. Notre vision des coûts de non qualité n'est pas tout à fait ce qu'elle doit être.
- c) Une incohérence de Conformité : actuellement le mélange de pièces conformes donne un lot non conforme.

2. La conformité dans le cas du tolérancement inertiel

Le tolérancement inertiel propose une approche assez différente de la conformité par rapport au tolérancement traditionnel. En effet, dans le cas de plusieurs caractéristiques, nous avons montré que la décision de conformité se fait en se basant sur un intervalle a conduit à des décisions erronées dans le tolérancement statistique ainsi que dans le cas de tolérancement au pire des cas.

Contrairement aux méthodes traditionnelles de tolérancement, le but n'est plus d'obtenir un niveau de qualité mesuré par un pourcentage hors tolérance, mais de garantir une inertie faible de X autour de la cible afin de garantir la qualité du produit assemblé.

La normalité n'est pas donc un critère nécessaire de conformité mais c'est l'inertie qui déclare la conformité du lot. Donc dans le cas de tolérancement inertiel le risque d'accepter des caractéristiques qui pourraient mettre en évidence la fonction du produit.

Remarque

- ▶ Le tolérancement inertiel conduit à un intervalle d'acceptation qui varie en fonction de la quantité des pièces produites.
- ▶ Dans le cas d'une production unitaire cela garantit une parfaite conformité de la production dans le pire des cas, si la production est en série, la tolérance inertielle tient en compte des faibles probabilités d'assemblage des extrêmes.

3. Le tolérancement inertiel dans le cas d'un assemblage [12]

La détermination des tolérances inertielles en cas ou une caractéristique finale Y dépend d'une combinaison linéaire de plusieurs caractéristiques X peut répondre à plusieurs objectifs :

3.1 Garantir l'inertie de la caractéristique finale Y

Nous nous placerons dans le cas où une variable résultante Y dépend d'une fonction linéaire des caractéristiques X_i .

Dans ce cas, on a :

$$\sigma_Y^2 = \sum \alpha_i^2 \sigma_i^2 ; \delta_Y = \sum \alpha_i \sigma_i$$

L'inertie obtenue sur la caractéristique Y est donc $I_Y^2 = \sigma_Y^2 + \delta_Y^2 = \sum \alpha_i^2 \sigma_i^2 + \left(\sum \alpha_i \delta_i^2 \right)$

$$I_Y^2 = \sum \alpha_i^2 \sigma_i^2 + \sum \alpha_i^2 \delta_i^2 + 2 \sum \sum \alpha_i \alpha_j \sigma_i \delta_j \quad I_Y^2 = \sum \alpha_i^2 I_{X_i}^2 + 2 \sum \sum \alpha_i \alpha_j \sigma_i \delta_j$$

La première partie de l'équation correspond à l'additivité des inerties au carré. Le double produit correspond au cas où tous les décentrages s'effectuent du même côté.

En cas de répartition aléatoire des moyennes et lorsque le nombre de composants est important, on peut considérer que ce double produit est égal à zéro.

Donc cette équation peut s'écrire en cas de répartition uniforme des inerties ($\alpha_i = 1$)

$$I_{\max} = \frac{I_Y}{\sqrt{n}}$$

- Contrairement au cas traditionnel, le tolérancement inertiel ne peut pas conduire à des situations délicates.
- Le tolérancement inertiel permet de pouvoir travailler sur une dispersion large en cas de centrage, mais de garantir dans toutes les situations d'assemblage la qualité de la caractéristique Y.

4. Indicateurs de capabilité en tolérancement inertiel [12].

Le tolérancement inertiel propose une autre alternative de tolérancement afin de garantir l'assemblage final. L'inertie $I = \sqrt{\sigma^2 + \delta^2}$ n'est pas tolérancée par un intervalle de tolérance mais par un scalaire représentant l'inertie maximale que la caractéristique ne doit pas dépasser. Donc si on vise respecter une inertie ou un indice de capabilité P_{pk} sur la caractéristique résultante dans le cas particulier des tolérances uniformes et le cas général de tolérances non uniformes.

Le but du tolérancement est de déterminer un critère d'acceptation sur les caractéristiques élémentaires X_i , garantissant un niveau de qualité sur la caractéristique résultante Y. Dans le cas d'une conception bien conduite, lorsque la caractéristique X est placée sur la cible la qualité est idéale. Lorsque X s'éloigne de la cible, le fonctionnement sera de plus en plus sensible aux conditions d'utilisation et d'environnement et pourra entraîner une insatisfaction chez le client.

Pour qualifier la capabilité d'un procédé en tolérancement inertiel, deux indices de capabilité peuvent être définis :

1) **Indices de capabilité à court de terme** : indique la performance à court terme :

$$C_p = \text{indique la capabilité en cas de production centrée} : C_p = \frac{I_{\max}}{\sigma_{ct}}$$

C_{pi} = indique la capabilité en tenant compte du décentrage: $C_{pi} = \frac{I_{\max}}{I_{\text{observéct}}}$

2) Indices de capabilité à long terme : indique la performance à long terme :

P_p = indique la capabilité en cas de production centrée : $P_p = \frac{I_{\max}}{\sigma_{LT}}$

P_{pi} = indique la capabilité en tenant compte du décentrage: $P_{pi} = \frac{I_{\max}}{I_{\text{observéLT}}}$

Comparé au tolérancement traditionnel, l'approche proposée par le tolérancement inertiel est assez différente. Le but n'est plus de garantir un niveau de qualité par un pourcentage de pièces hors tolérances, mais de garantir une inertie faible autour de la cible afin de garantir la qualité du produit assemblé. On ne raisonne plus sur des proportions hors tolérances mais sur l'inertie, la normalité n'est donc plus un critère nécessaire.

C_{pi} Peut être calculée même dans le cas de répartition non normale .la conformité est accepté si C_{pi} est supérieur à 1

Le tolérancement inertiel proposé dans cette communication offre de nombreux avantages par rapport au tolérancement traditionnel. Les principaux sont les suivants :

1. Le tolérancement inertiel tient compte de la combinatoire source de la non-qualité. C'est rarement une caractéristique qui est à l'origine de la non-qualité, mais souvent la combinaison défavorable de plusieurs caractéristiques.
2. Dans le cas de produits assemblés, on est capable de déterminer sans ambiguïté l'inertie sur chacune des caractéristiques élémentaires à partir de l'inertie souhaitée sur l'inertie résultante.
3. Les propriétés d'additivité de l'inertie permettent de définir un indicateur de capabilité additif. Cela permet de réaliser des mélanges de lots acceptables sans risque d'avoir en final une capabilité inacceptable.
4. Le tolérancement inertiel intègre directement la notion de taille de lot; Ainsi, les limites extrêmes d'acceptation sont différentes si on réalise une pièce ou un lot de pièces.
5. Le tolérancement inertiel et le C_{pi} permet de définir sans ambiguïté la notion de conformité d'une pièce ou d'un lot contrairement aux couples actuels tolérancement/indicateurs de capabilité.
6. Il est très facile de généraliser le tolérancement inertiel à tous les cas unilatéraux [11]

IV. Etude cas

1. Enonciation de la problématique

Prenons l'exemple du produit « ROBINET DE GAZ », Ce produit est construit par l'assemblage de quatre caractéristiques élémentaires qu'on peut leur mesurer. Ces caractéristiques sont représentées par la figure ci-dessous :

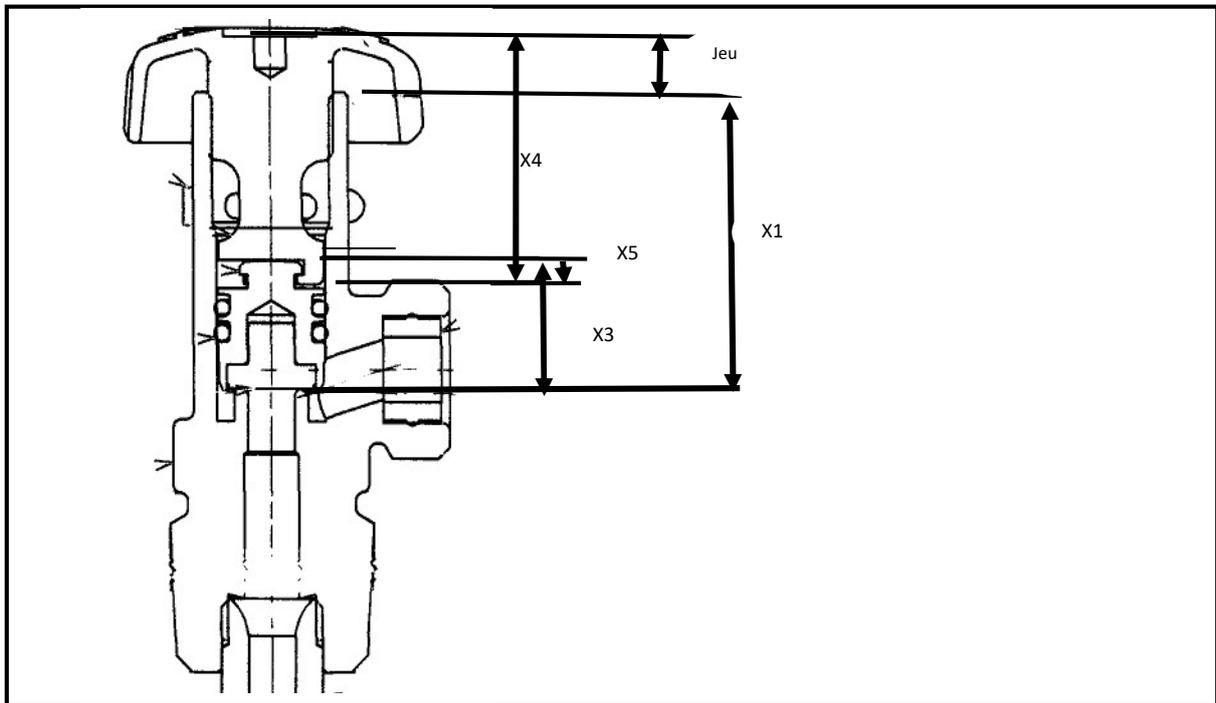


Fig3 : Jeu en fonction des caractéristiques pour le produit « Robinet de gaz ».

L'intervalle de tolérance pour chacune de ses caractéristiques est :

$$X_4 = 31.75 \pm 0.25 \quad X_5 = 3 \pm 0.1 \quad X_3 = 16. \pm 0.2 \quad \text{et} \quad X_1 = 36.3 \pm 0.1$$

La décision de conformité pour ce produit peut être caractérisée sur le jeu qui est fonction de l'assemblage de ces caractéristiques.

La fonction du jeu définissant la condition d'assemblage et reliant ses diverses caractéristiques est : $jeu = X_4 - X_5 + X_3 - X_1$, d'après des études faites un jeu pour qu'il soit conforme il faut qu'il assure les 3 tours en cas de fermeture.

L'intervalle de tolérance définissant cette condition du jeu résultant est : $jeu = 8 \pm 0.2$

- Supposons qu'on a pris une mesure sur chacune de ses caractéristiques qui sont comme suit : $X_4 = 31.5$ $X_5 = 2.9$ $X_3 = 16.02$ et $X_1 = 36.2$

La fonction du jeu vérifiant ses diverses caractéristiques est :

$$jeu = 31.5 - 2.9 + 16.02 - 36.2 = 8.42 \notin [7.8; 8.2]$$

Même si les caractéristiques élémentaires X_i sont dans les tolérances, le jeu résultant est hors tolérance.

- Supposons qu'on a pris une autre mesure sur chacune de ses caractéristiques qui sont comme suit : $X_4 = 31.43$ $X_5 = 3.11$ $X_3 = 16.21$ et $X_1 = 36.41$

La fonction du jeu vérifiant ses diverses caractéristiques est :

$$jeu = 31.43 - 3.11 + 16.21 - 36.41 = 8.12 \in [7.8; 8.2]$$

Même si les caractéristiques élémentaires X_i sont hors tolérances, le jeu résultant est satisfait

Les caractéristiques assemblées mesurables caractérisant la condition du jeu résultant s'avère nécessaire à les suivre afin de garantir un produit conforme.

Le jeu est donc fonction de : $jeu = f(X_4, X_5, X_3, X_1)$

La condition vérifiant l'assemblage de ses caractéristiques : $jeu = X_4 - X_5 + X_3 - X_1$

La moyenne et la variance du jeu donné par la condition d'assemblage sont défini par :

Moyenne du jeu : $\mu_4 - \mu_5 + \mu_3 - \mu_1$

Variance du jeu: $\sigma_4^2 + \sigma_5^2 + \sigma_3^2 + \sigma_1^2$

Mathématiquement l'étude préalable a montré que :

- 📖 Même si les X_i sont dans les tolérances le jeu résultant peut être hors tolérances,
- 📖 Aussi bien même si les X_i sont hors tolérances le jeu résultant peut être à l'intérieur des tolérances.

Face à cette étude on s'aperçoit de l'utilité de déterminer les tolérances sur chaque caractéristique qui assure après l'assemblage un jeu conforme dans les tolérances tout en tenant en compte des moyens disponibles dans l'entreprise et de la capacité de production.

Pour cela plusieurs modes de tolérancement permettant de définir de nouveaux intervalles de fabrication à ne pas dépasser pour chaque caractéristique X_i si on veut assurer un jeu dans les normes. Ces approches étudiées à ce niveau sont :

- Tolérancement au pire des cas,
- Tolérancement statistique,
- Tolérancement inertiel.

La première méthode garanti la qualité ou détriment du coût, la seconde garantit le coût au détriment de la qualité. Le tolérancement inertiel permet de concilier ces deux objectifs.

Lorsque le produit est assemblé et arrive au stade final de la production et avant livraison de ce produit au client, un contrôle à la réception peut être fait pour évaluer la qualité des lots qui seront livrés au client et décider l'acceptation ou la non acceptation de ces lots. Une nouvelle approche de contrôle de réception par mesure, qui tient en compte du principe de

tolérancement inertiel a été introduite récemment et qu'on va essayer de l'appliquer pour contrôler les lots des produits assemblés avant livraison au client.

2. Suivi de la caractéristique jeu par une carte de contrôle

2.1 Choix de la caractéristique

L'importance du jeu de point de vue utilisation du produit assemblé suivant les exigences des clients, vérifiant la condition du jeu pour qu'il soit dans les tolérances afin qu'il assure les trois tours pour la fermeture.

Puisque le jeu est une caractéristique mesurable des cartes de contrôle sur le jeu doivent être établit pour suivre la stabilité de la caractéristique jeu.

150 unités ont été contrôlées indépendamment et pour lesquelles on a pris des mesures pour les quatre caractéristiques élémentaires ainsi pour calculer le jeu qui est fonction de $jeu = X_4 - X_5 + X_3 - X_1$.

Après la collecte des données et avant l'établissement des cartes de contrôle, des tests statistiques sur les données collectées sont nécessaires pour vérifier si les hypothèses sous-jacentes pour une carte de contrôle sont respectées ou non.

2.2 Tests statistiques

La figure 4 représente le corrélogramme des observations Y_i établi par MINITAB:

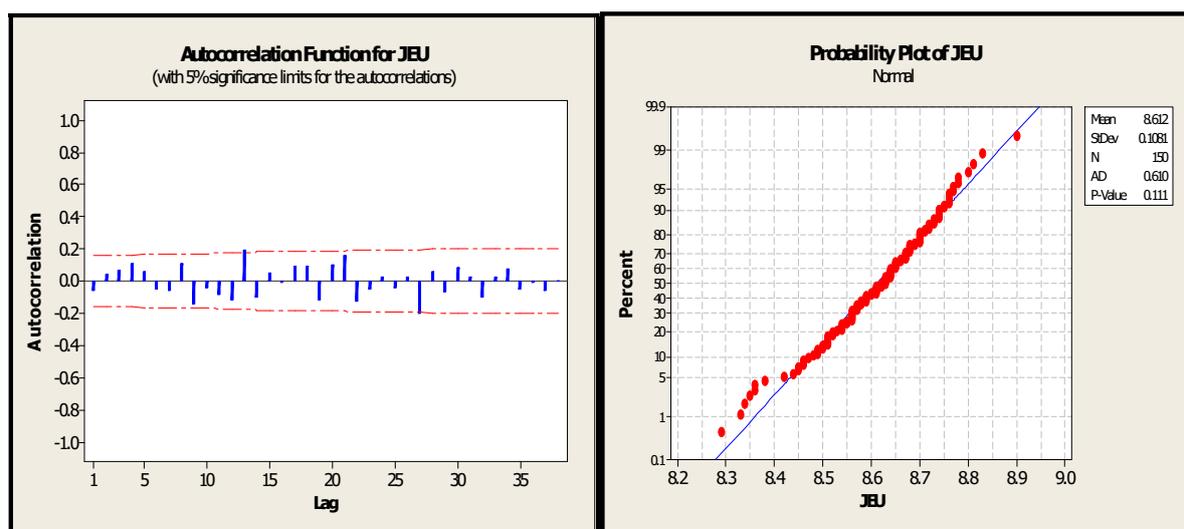


Fig4: test statistique de la caractéristique jeu.

Le corrélogramme montre l'absence d'une autocorrélation significative entre les observations. Les coefficients d'autocorrélation ne sont pas significatifs, l'hypothèse d'absence d'autocorrélation est vérifiée.

La droite d'Henry tracée à l'aide du logiciel MINITAB montre que les données sont distribuées suivant une loi normale. L'ensemble des points de coordonnées $(x_i, F(x_i))$ avec $F(x_i)$ est la fréquence relative de x_i ont l'allure d'une droite.

Le test d'Anderson-Darling confirme ces résultats, puisque l'hypothèse H_0 qui suppose que les observations X_i (jeu) sont distribués normalement est accepté (p-value=0.111>0.05).

Les observations X_i sont normalement distribuées et non autocorrélés, on peut alors établir une carte de contrôle sur le jeu avec les données brutes.

On a utilisé la carte EWMA pour la détection des petits dérèglages si on accepte l'hypothèse de normalité et d'absence d'autocorrélation du jeu.

Pour tracer cette carte, on commence tout d'abord par calculer la valeur de Z_t pour chaque échantillon, ainsi que ses limites de contrôle.

On suppose que Z_t est la statistique qui représente cette pondération, et $W = 0.2$

Avec : $Z_t = WX_t + (1 - W)Z_{t-1}$

- $\hat{\sigma}_x = \frac{\bar{R}_{Mrévisé}}{d_2} = 0.1098$; $Z_0 = \bar{Z}_t = 8.611$ et $E(Z_t) = \bar{Z}_t = 8.611$
- $LC_{Z_t} = \bar{Z}_t \pm 3\sigma_\varepsilon \sqrt{\left(\frac{w}{n}\right)\left(\frac{1 - (1-w)^{2t}}{2-w}\right)}$

La figure 5 représente cette ainsi que ses différentes limites de contrôles :

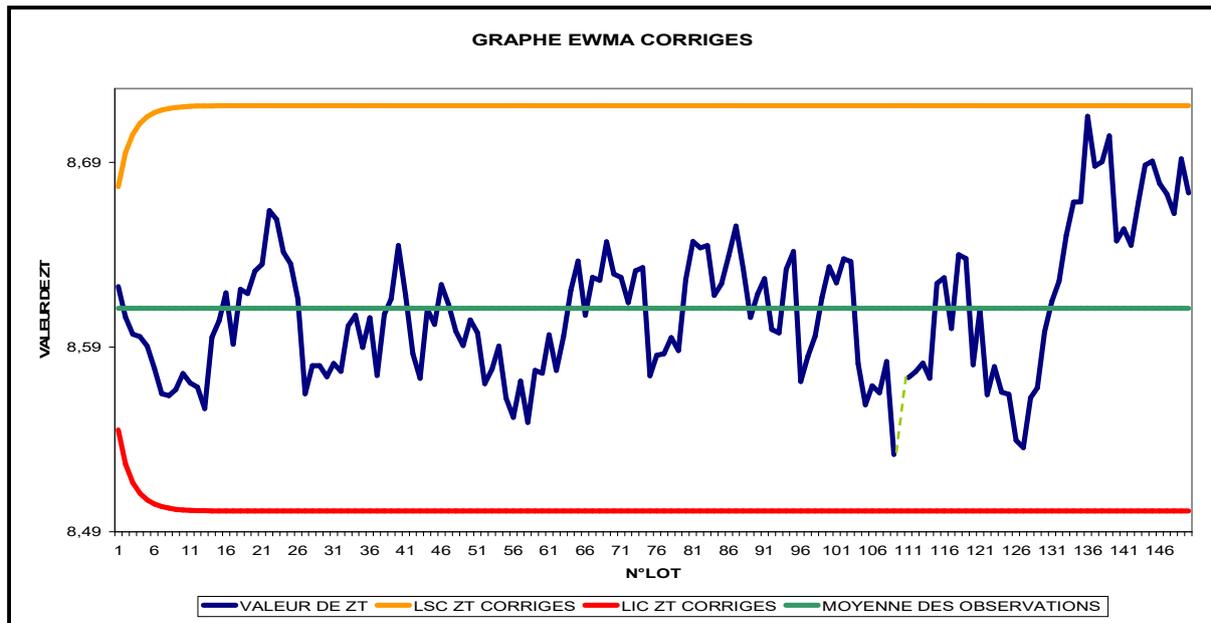


Fig5 : Carte EWMA corrigés sur le jeu.

Il semble que le procédé est maîtrisé statistiquement et que la carte EWMA détecte bien les petits dérèglages, ce qui est affirmé par cette carte.

2.3 Calcul des indices de capacité pour le jeu

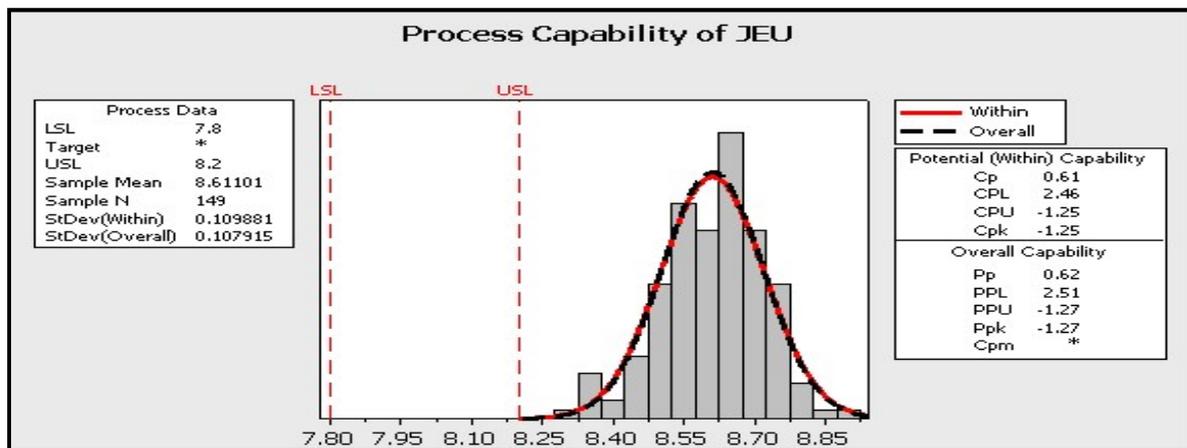


Fig6: Graph des indices de capacité pour le jeu.

➤ Indices de capacité àCT :

$$C_m = \frac{TS - TI}{6\hat{\sigma}_i} = \frac{8,2 - 7,8}{6 * 0,1098} = 0,61 ;$$

$C_m < 1$ La machine n'est pas apte.

➤ Indicateur de dérèglage pour la machine :

$$C_{mk} = \min\{C_{ms}; C_{mi}\} = \min\left\{\frac{TS - \bar{X}}{3\hat{\sigma}_i}; \frac{\bar{X} - TI}{3\hat{\sigma}_i}\right\} = \{-1.2477; 2.462\} = -1.25$$

$C_{mk} < C_m$ Le procédé n'est pas centré et la moyenne du jeu \bar{X} se trouve hors tolérances.

Le procédé est incapable et la proportion des non conformités est élevée. Les actions correctives peuvent être menées à deux niveaux :

1) Au niveau de la dispersion :

📖 Réduire la dispersion du jeu en analysant les sources de la variation et en se basant sur des outils statistiques telle que : planification et analyse expérimentale, analyse de la variance, analyse des données, régression linéaire et non linéaire....

📖 Réduire la dispersion des caractéristiques puisque la dispersion du jeu est fonction des dispersions des caractéristiques élémentaires : $\sigma_{jeu}^2 = \sigma_{X1}^2 + \sigma_{X5}^2 + \sigma_{X3}^2 + \sigma_{X1}^2$

2) Au niveau des tolérances :

📖 Elargir ou modifier les tolérances pour le jeu : cette action n'est pas possible car dans ce cas le produit sera non-conforme aux exigences du client.

📖 On peut alors modifier les tolérances des caractéristiques élémentaires de telle manière de garantir une production dont les jeux sont dans les tolérances.

➔ Utilité de tolérer les caractéristiques.

3. Tolérancement pour l'article « robinet gaz »

Rappelons que notre problématique est de déterminer les tolérances sur les quatre caractéristiques (X_4, X_5, X_3, X_1), de telle manière à assurer après assemblage que le $jeu = X_4 - X_5 + X_3 - X_1$ soit dans les normes et satisfaisant les exigences clients.

Trois méthodes qu'on va les appliquer pour tolérer les caractéristiques élémentaires :

📖 Tolérancement au pire des cas,

📖 Tolérancement statistique,

📖 Tolérancement inertiel.

En premier temps, on suppose que les caractéristiques ont des tolérances identiques (même poids). En deuxième lieu, on suppose que les caractéristiques sont pondérées suivant leur coefficient d'importance et la difficulté rencontrée dans la fabrication d'une unité dont les dimensions $\in IT$. Enfin, une comparaison est faite entre les résultats obtenus par chaque méthode.

Tous les calculs effectués et les graphiques tracés dans ce qui suit sont faits à l'aide des feuilles de calcul EXCEL réalisées par Maurice Piet [13].

La figure 7 donne les histogrammes pour les 4 caractéristiques élémentaires :

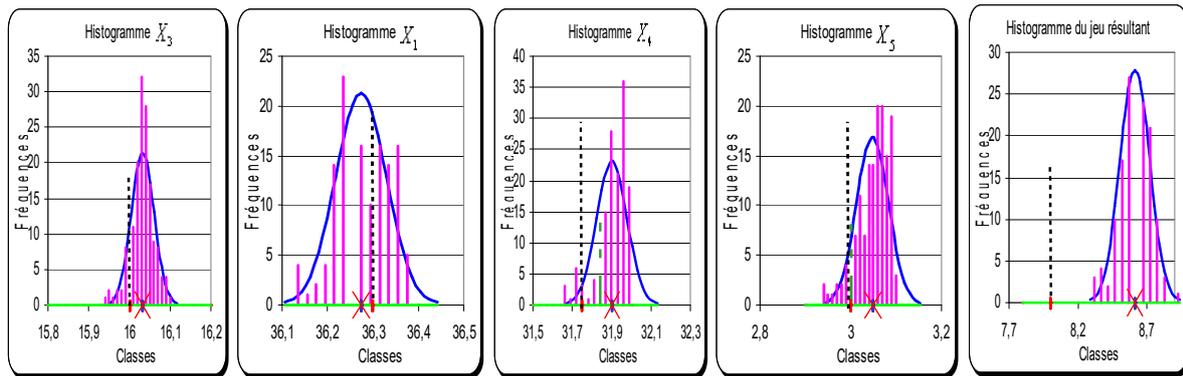


Fig7: Histogramme des caractéristiques

Les moyennes et les écart-type pour chacune des caractéristiques élémentaires, aussi bien l'intervalle de confiance de la moyenne, de l'écart type et les coefficients de forme (Skewness et Kurtosis) à un risque $\alpha = 0.05$, sont données par le tableau 1 :

$$\text{Avec : } MOYENNE_{X_j} = \frac{\sum_{i=1}^{i=150} X_{ij}}{150}; j = 4,5,3,1$$

$$SIGMA_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=150} (X_j - \bar{X}_j)^2}{149}}; j = 4,5,3,1$$

Tableau1 : Statistiques descriptives.

	X_4	X_5	X_3	X_1	jeu
Moyenne	31.901	3.048	16.032	36.274	8.612
Sigma	0.077	0.035	0.027	0.055	0.105
Skewness)	-1,347	-0,862	-0,564	-0,143	-0,432
Kurtosis	1,597	0,347	1,331	-0,473	0,370
ITmoyenne (95%)	$\mu_4 \in [31.88;31.91]$	$\mu_5 \in [3.042;3.05]$	$\mu_3 \in [16.02;16.03]$	$\mu_1 \in [36.26;36.28]$	$\mu_{jeu} \in [8.591;8.62]$
IT Ecart-type (95%)	$\sigma_4 \in [0.06;0.08]$	$\sigma_5 \in [0.03;0.03]$	$\sigma_3 \in [0.02;0.03]$	$\sigma_1 \in [0.05;0.06]$	$\sigma_{jeu} \in [0.09;0.12]$
Valeur cible	31.75	3	16	36.3	8.45
Delta (mm)	0.151	0.048	0.032	-0.025	0.161

Prenant maintenant ces diverses mesures et en se basant sur les cibles définies précédemment, on calcule la cible du jeu vérifiant la condition d'assemblage :

Le décalage de la moyenne de chaque caractéristique par rapport à la cible est donné par le tableau ci-dessous :

$$\text{la moyenne du jeu} = \frac{\sum_{i=1}^{150} X_{i \text{ jeu}}}{150} = \bar{X}_4 - \bar{X}_5 + \bar{X}_3 - \bar{X}_1 = 8.612$$

Le tableau 2 illustre les différents indices de capabilité vérifiant la condition d'assemblage :

Tableau 2 : Indices de capabilité sur le jeu

½ IT	Pp	Ppk	Ppm	Defaut %
0.2	0.63	0.12	0.35	35.912

Ceci indique que le procédé n'est pas capable puisque le critère de conformité ($C_{pk} < 1$) et le pourcentage de défaut est 35%.

3.1 Tolérancement statistique

Suite au calcul de moyenne et d'écart type de chacune des caractéristiques, on manipule ses différentes données dans la feuille EXCEL proposé par Maurice Pillet, et on intègre avec eux l'intervalle de tolérance permis au jeu.

Le tableau 3 illustre le coefficient d'importance ainsi l'incidence de l'assemblage donnée à chacune de ses caractéristiques :

Tableau 3 : intervalle de tolérance indices de capabilité dans le cas de tolérancement statistique

	X_4	X_5	X_3	X_1	X_4	X_5	X_3	X_1
Coefficient	$(\omega = 1)$				$(\omega \neq 1)$			
Coef Incidence	1	-1	1	-1	1.5	1	1	-1
Coef Faisabilité	1	1	1	1	-1	1	0.5	5
½ IT	0.10	0.10	0.10	0.10	0.05	0.03	0.01	0.18
Pp	0.43	0.94	1.20	0.60	0.24	0.35	0.22	1.12
Ppi	-0.22	0.49	0.80	0.44	-0.41	-0.10	-0.17	0.96
I calc	0.20	0.56	0.77	0.54	0.11	0.21	0.14	1.01
Défaut %	74.68	7.07	0.80	10.48	89.42	62.64	72.66	0.36

Pour ce mode de Tolérancement, cette feuille propose un intervalle de tolérance pour chacune de ses diverses caractéristiques.

➤ Pour $(\omega = 1)$

Cette nouvelle tolérance est donné par : $0.5IT/\sqrt{n} = 0.2/\sqrt{4} = 0.1$ Ce qui donne les nouvelles tolérances pour chaque caractéristique :

$$X_4 = 31.5 \pm 0.1 \quad X_5 = 3 \pm 0.1 \quad X_3 = 16. \pm 0.1 \text{ et } X_1 = 36.3 \pm 0.1$$

Le tolérancement statistique permet donc « d'élargir » les tolérances par \sqrt{n} , avec n étant le nombre de composants, en adaptant ce mode de tolérancement, on élargit l'intervalle de tolérance pour que les différentes mesures sont à l'intérieur des limites spécifiés

Ainsi, on peut constater que le tolérancement statistique est incompatible avec l'approche traditionnelle de la conformité largement répandue qui consiste à accepter une pièce lorsqu'elle est dans les tolérances.

L'indice P_{pm} permet de nous conclure sur l'acceptation ou le rejet du lot. Ceci indique que le procédé n'est pas capable puisque le critère de conformité ($P_{pk} < 1$).

Même si on a élargi l'intervalle de tolérance selon le mode de tolérancement statistique. L'indice de capacité $P_{pm} < 1$ pour la caractéristique X_3 ceci nous permet de conclure que le lot est refusé. Le pourcentage de défaut pour la caractéristique X_4 est de 74%

➤ Pour ($\omega \neq 1$)

En modifiant le coefficient d'importance, l'intervalle de tolérance varie en fonction du coefficient accordé, ce qui permet d'accepter une caractéristique importante sur une autre.

Mais ceci peut influencer sur les différents indices de capacité, aussi bien sur le pourcentage de pièces non-conformes. Pour ce mode de Tolérancement, cette feuille nous propose un intervalle de tolérance pour chacune de ses diverses caractéristiques, en intégrant les nouveaux coefficients d'importance :

$$n = \sqrt{(1.5^2) + (1^2) + (0.5^2) + (5^2)} = \sqrt{28.5}.$$

La nouvelle tolérance pour la caractéristique X_5 est égale à : $0.2 / \sqrt{28.5} \approx 0.0375$ $0.4/4=0.1$

Ce qui donne : $X_4 = 31.5 \pm 0.0562$ $X_5 = 3 \pm 0.0375$ $X_3 = 16. \pm 0.0187$ et $X_1 = 36.3 \pm 0.1873$

La capacité du procédé pour la caractéristique X_5 est de l'ordre de 0.35.

Ainsi l'indice de capacité machine pour la caractéristique X_3 est -0.17. Ceci indique que le procédé n'est pas capable puisque le critère de conformité ($P_{pk} < 1$). Et $P_{pm} = 0.14$ pour la caractéristique X_3 .

La pourcentage de défaut pour la caractéristique X_1 est de 36%. Ce mode est difficile à mettre puisqu'on peut refuser des lots même avec des produits qui sont tous conformes.

3.2 Tolérancement au pire des cas

En poursuivant avec ce mode de tolérancement, les calculs des moyennes et des écart-type de chacune des dimensions restent les mêmes. On intègre aussi avec eux l'intervalle de tolérance permis au jeu.

A ces différentes dimensions on a donné différents coefficients d'importance et on a intégré l'incidence de l'assemblage qui sont illustrés ci-dessous :

Tableau 4 : indices de capabilité dans le cas de tolérancement au pire des cas

	X_4	X_5	X_3	X_1	X_4	X_5	X_3	X_1
coefficient	$(\omega = 1)$				$(\omega \neq 1)$			
Coef Incidence	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
Coef Faisabilité	1	1	1	1	1.5	1	0.5	5
½ IT	0.05	0.05	0.05	0.050	0.037	0.02	0.01	0.12
Pp	0.22	0.47	0.60	0.30	0.16	0.24	0.15	0.74
Ppk	-0.44	0.02	0.20	0.14	-0.49	-0.22	-0.24	0.59
Ppm	0.10	0.28	0.39	0.27	0.07	0.14	0.10	0.68
Defaut %	90.95	48.16	27.15	42.06	93.67	76.30	81.97	4.20

Comme le mode de tolérancement statique, cette feuille nous propose un intervalle de tolérance pour chacune de ses diverses caractéristiques.

➤ Pour $(\omega = 1)$

La nouvelle tolérance est égale à $0.2/n = 0.2/4 = 0.05$

Ce qui donne les nouvelles tolérances pour chacune de ses caractéristiques :

$$X_4 = 31.5 \pm 0.05 \quad X_5 = 3 \pm 0.05 \quad X_3 = 16. \pm 0.05 \quad \text{et} \quad X_1 = 36.3 \pm 0.05$$

Le tolérancement au pire des cas conduit à des tolérances très serrées sur les caractéristiques élémentaires. Ce qui donne une qualité demandée qui va être très supérieure au nécessaire.

La sévérité du contrôle donne un pourcentage de pièces non-conformes très élevé ce qui indique un coût de non qualité très fort et qui n'est pas nécessaire puisque la condition d'assemblage reste aussi le même avec ce mode de tolérancement.

Donc Le tolérancement au pire des cas est trop restrictif d'un point de vue économique. La notion de conformité est plus complexe dans le cas d'un tolérancement statistique. Dans ce cas se pose le problème de l'acceptation d'une pièce. Doit-on accepter une pièce en limite de tolérance ?

Les différents indices de capabilité calculés sur la base des différentes mesures effectués sur chaque lot sont comme suit :

La capabilité du procédé pour la caractéristique X_1 est de 0.3. Ainsi l'indice de capabilité machine pour la caractéristique X_3 est de 0.2

Ceci indique que le procédé n'est pas capable puisque le critère de conformité ($P_{pk} < 1$).

Et : $P_{pm} = 0.39$ pour la caractéristique X_3 . Le pourcentage de défaut pour la caractéristique X_4 est de 90.95%. Ainsi avec ce mode de tolérancement le pourcentage du défaut s'est élevé ce qui influence sur le coût de produit fini.

➤ Pour ($\omega \neq 1$)

La nouvelle tolérance calculée en fonction de nouveaux coefficients d'importance est :

$$n = 1.5 + 1 + 0.5 + 5 = 8$$

$$\text{Poids} = IT/8 = 0.2/8 = 0.025$$

Pour la pièce X_1 ; sa *tolérance* = *coefficient* * *poids* = $5 * 0.025 = 0.125$

Ce qui donne : $X_4 = 31.5 \pm 0.0375$ $X_5 = 3 \pm 0.025$ $X_3 = 16. \pm 0.0125$ et $X_1 = 36.3 \pm 0.125$

Le tolérancement au pire des cas conduit à des tolérances très serrées sur les caractéristiques élémentaires. Ce qui donne une qualité demandée qui va être très supérieure au nécessaire.

Cette sévérité de contrôle conduit à un pourcentage de pièces non-conformes très élevé, ce qui indique un coût de non qualité très fort et qui n'est pas nécessaire. La capabilité du procédé pour la caractéristique X_1 est de 0.74

Ainsi l'indice de capabilité machine pour la caractéristique X_3 est de -0.24

Ceci indique que le procédé n'est pas capable puisque le critère de conformité ($P_{pk} < 1$).

Et : $P_{pm} = 0.1$ pour la caractéristique X_3

Le pourcentage de défaut pour la caractéristique X_1 est 4.2%. Là encore, on a trouvé des situations dans lesquelles toutes les caractéristiques sont acceptées (en limite de tolérance) mais qui pourtant donnent des non-conformités sur la caractéristique Y. Ce qui est grave du point de vue qualité.

3.3 Tolérancement inertiel

Le tolérancement inertiel propose une approche assez différente de la conformité par rapport au tolérancement statistique et au pire des cas. Son but n'est plus d'obtenir un niveau de qualité mesuré par un pourcentage hors tolérance, mais de garantir une inertie faible de Y autour de la cible, afin de garantir la qualité du produit assemblé.

A ces mêmes mesures on a donné différents coefficients d'importance et on intègre avec eux l'incidence de l'assemblage qui est comme suit :

Tableau 5 : intervalle de tolérance indices de capabilité dans le cas de tolérancement inertiel

	X_4	X_5	X_3	X_1	X_4	X_5	X_3	X_1
Coefficient	$(\omega = 1)$				$(\omega \neq 1)$			
Coef Incidence	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
Coef Faisabilité	1	1	1	1	1.5	1	0.5	5
½ IT	0.03	0.03	0.03	0.03	0.01	0.01	0.006	0.06
Pp	0.43	0.94	1.20	0.60	0.24	0.35	0.22	1.12
Ppi	0.20	0.56	0.77	0.54	0.11	0.21	0.14	1.01
I calc	0.16	0.05	0.04	0.06	0.16	0.05	0.04	0.06

Nous avons manipulé une inertie maximale pour chacune de ces caractéristiques au lieu d'un intervalle de tolérance calculé précédemment et il est défini comme suit :

$$L'inertie maximale est égale à $= IT/6\sqrt{n} = 0.0333$$$

Ce qui donne $X_4 = 31.5(0.0333)$ $X_5 = 3(0.0333)$ $X_3 = 16(0.0333)$ et $X_1 = 36.3(0.0333)$

En prenant une répartition uniforme sur l'ensemble de ses caractéristiques. Le tolérancement inertiel permet de travailler sur une dispersion large en cas de centrage, et de garantir dans toutes les situations d'assemblage une qualité de la caractéristique Y (jeu).

Le tableau 4 illustre les différents indices de capabilité calculés sur la base des différentes mesures effectuées sur chaque lot ainsi que son inertie calculée

➤ Pour $(\omega = 1)$

L'inertie pour la caractéristique X_3 est égale à 0.04. La capabilité du procédé pour la caractéristique X_1 est égale à 0.6. Ainsi l'indice de capabilité machine pour la caractéristique X_3 est 0.77

Ceci indique que le procédé n'est pas capable puisque le critère de conformité $C_{pk} < 1$.

Avec ce mode de tolérancement, on tient à comparer l'inertie par rapport à l'inertie maximale de chaque dimension

$$I_{calc} = 0.1698 > I_{MAX} = 0.0333$$

$$I_{calc} = 0.0597 > I_{MAX} = 0.0333$$

$$I_{calc} = 0.0431 > I_{MAX} = 0.0333$$

$$I_{calc} = 0.0616 > I_{MAX} = 0.0333$$

→ Les lots des diverses caractéristiques sont à rejeter.

➤ Pour ($\omega \neq 1$)

Nous avons manipulé une inertie au lieu d'un intervalle de tolérance calculé précédemment et il est défini comme suit :

Donc la nouvelle inertie est égale à $IT/6\sqrt{n} \approx 0.0125$ avec

$$n = \sqrt{(1.5)^2 + (1)^2 + (0.5)^2 + (5)^2} = 28.5$$

Ce qui donne les nouvelles tolérances par :

$$X_4 = 31.5(0.0187) \quad X_5 = 3(0.0125) \quad X_3 = 16(0.0062) \text{ et } X_1 = 36.3(0.0624)$$

Le tolérancement inertiel permet de travailler sur une dispersion large en cas de centrage et de garantir dans toutes les situations d'assemblage une qualité de la caractéristique Y(jeu).

Les différents indices de capabilité calculés sur la base des différentes mesures effectués sur chaque lot sont comme suit :

L'inertie calculée reste inchangeable

La capabilité du procédé pour la caractéristique X_1 est 1.12

Ainsi l'indice de capabilité machine pour la caractéristique X_3 est 0.14 :

Ceci indique que le procédé n'est pas capable puisque le critère de conformité ($C_{pk} < 1$).

Avec ce mode de tolérancement on tient à comparer l'inertie par rapport à l'inertie maximale de chaque dimension

$$I_{calc} = 0.1698 > I_{MAX} = 0.0187 \quad \text{Lot de pièces a rejeté}$$

$$I_{calc} = 0.0597 > I_{MAX} = 0.0125 \quad \text{Lot de pièces a rejeté}$$

$$I_{calc} = 0.0431 > I_{MAX} = 0.0062 \quad \text{Lot de pièces a rejeté}$$

$$I_{calc} = 0.0616 < I_{MAX} = 0.0624 \quad \text{Lot de pièces a accepté}$$

En comparant les 3 premières caractéristiques, nous avons remarqué que l'inertie calculée pour chacune des caractéristiques est supérieure à l'inertie maximale, donc ils sont à rejeter.

Le lot de caractéristique X_1 est à accepter. Ainsi ce mode de tolérancement ne conduit pas à des situations délicates comme les différents modes de tolérancement.

4. Comparaison entre les différents modes de tolérancement

Tableau 6 : Tableau récapitulatif entre les trois méthodes.

	Tolérancement au pire des cas	Tolérancement statistique	Tolérancement inertiel

Sans pondération	$IT = \frac{0.4}{4} = 0.1$ $1/2 \ IT = 0.05$	$IT = \frac{0.4}{\sqrt{4}} = 0.2$ $1/2 \ IT = 0.1$	$I_{MAX} = 1/2 \ IT = \frac{0.4}{6 * \sqrt{4}}$ $= 0.0333$
Avec pondération	$IT = \frac{0.4}{8} = 0.05$ $1/2 \ IT = 0.05 / 2 = 0.025$	$IT = \frac{0.4}{\sqrt{28.5}} = 0.0749$ $1/2 \ IT = 0.03746$	$I_{MAX} = 1/2 \ IT = \frac{0.4}{6 * \sqrt{28.5}}$ $= 0.0124$

La pondération permet de diminuer l'intervalle de tolérance et l'inertie des différents modes de tolérancement ce qui permet de mieux tolérer les caractéristiques selon leur degré d'importance mieux que les tolérer avec la même importance afin de gagner économiquement et donner le poids équivalent à chacune de ses caractéristiques.

Conclusion générale

La capacité d'un procédé est évaluée en fonction des mesures obtenues sur une seule caractéristique de qualité considérée comme de grande influence sur la qualité du produit fini et sur le respect des exigences des clients. Si la caractéristique suivie est conforme et entraîne un pourcentage des non-conformes faibles le procédé est considéré capable.

Dans le cas d'un produit assemblé, le fait que les caractéristiques élémentaires X_i sont dans les tolérances ne permet pas de garantir un jeu Y satisfaisant. Il est probable aussi que les caractéristiques élémentaires X_i sont hors les tolérances alors que le jeu résultant est dans les tolérances.

Différentes méthodes sont autorisées permettant de développer de nouveaux intervalles de tolérances pour assurer un niveau de qualité optimal sur le jeu.

Le tolérancement au pire des cas permet de garantir l'assemblage dans toutes les situations du moment où les caractéristiques élémentaires sont dans les tolérances. Le tolérancement statistique tient en compte de la faible probabilité d'assemblage d'extrêmes entre eux et permet d'élargir de façon importante les tolérances pour diminuer les coûts. Le tolérancement inertiel consiste à déterminer un critère d'acceptation sur les caractéristiques élémentaires garantissant la conformité sur la caractéristique résultante (jeu) quelles que soit les quantités produites.

Le tolérancement inertiel peut aussi être appliqué en contrôle à la réception par mesure pour décider l'acceptation ou le rejet d'un lot étant donné de l'inertie de chaque lot. Une étude

de cas réalisé pour le problème d'assemblage sur l'article –Robinet de gaz- pour le client de l'entreprise.

Le jeu est une caractéristique importante qui influence sur la qualité du produit fini, pour laquelle on a :

- Tolérer les caractéristiques élémentaires par trois différentes méthodes.
- Décider l'acceptation de la non-conformité des lots des produits finis avant la livraison au client.

Dans notre cas, la relation entre le jeu Y et les caractéristiques élémentaires X_i est connue. Dans d'autres situations où les relations entre la résultante et les caractéristiques élémentaires ne sont pas identifiées, des modèles économétriques linéaires et non linéaires sont indispensables pour établir et identifier les relations entre les variables et pour estimer les coefficients α_i . Même l'identification des caractéristiques élémentaires X_i qui influencent la réponse Y peut être une tâche délicate.

Références bibliographiques

- [1] BENDER, A. 1962. Bending tolerances. Graphic Science, Dec, 17-21.
- [2] Bonnefous C., Courtois A., Pillet M. 2003. Gestion de Production. Editions d'organisation, 4^{ème} Edition.
- [3] CHAN, L. J. CHENG, S. W. SPIRING, F. A. 1988. A new Measure of Process Capability: Cpm. Journal of Quality Technology, Vol 20, N° 3, pp 162-175.
- [4] CHASE, K.W. PRAKINSON, A. R. 1991. A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies. Research in Engineering design, 3 :23-37.
- [5] GILSON, J. 1951. A new Approach to engineering tolerances. The Machinery publishing Co., London, UK.
- [6] GRAVES, S. 1997. How to reduce costs using a tolerance analysis formula tailored to your organisation. CQPI Report n° 157.
- [7] GRAVES, S. BISGAARD, S. 1997. Five ways statistical tolerancing can fail and what to do about them. CQPI Report n° 159 September.
- [8] Pillet M. 2005. Monographie sur le tolérancement inertiel. Rapport Interne LISTIC, projet Interreg III, Université de Savoie.
- [9] Pillet M. 2002. Le tolérancement inertiel dans le cas de produits assemblés. IDMME Clermont Ferrand, France.

[10] Pillet M., Duret D., Sergent A. 2003. Le tolérancement Inertiel : Une autre façon de concevoir la conformité. Congrès de la Société Suisse de Chronométrie, Bienne, Suisse, septembre.

[11] PILLET, M. BERNARD, F. AVRILLON, L. 2001. Le tolérancement inertiel, une autre façon d'intégrer l'aspect combinatoire dans les processus assemblés. Congrès CPI , Fès Maroc.

[12] Pillet, M. . 2005. <http://www.qlio.univ-savoie.com/>.

[13] Pillet, M. 2005. Le tolérancement Inertiel : Comment donner plus de liberté à la production tout en respectant la fonctionnalité du produit ; Ingénieurs de l'automobile.