

Modélisation des provisions en assurance Non-Vie

Hajar ETTAYA^{#1}, Tarek ZARI^{*2}

[#]*Laboratory of Applied Modeling in Economics and Management, Hassan II University
Casablanca, Morocco*

¹hajarettaya@gmail.com

²profzari@gmail.com

Abstract—L'assurance repose sur le principe de la couverture des conséquences financières des événements assurés. Pour gérer ce risque, les assureurs ont recours aux provisions techniques, en particulier aux provisions pour sinistres à payer (PSAP), qui leur permettent d'estimer les sommes nécessaires pour régler les sinistres survenus mais non encore réglés. L'évaluation actuarielle des PSAP s'appuie traditionnellement sur des méthodes fondées sur l'hypothèse d'indépendance entre les différentes branches ou garanties d'assurance, avec une utilisation fréquente des triangles de liquidation pour estimer les dépenses futures.

L'article examine, d'une part, les méthodes déterministes de provisionnement actuariel basées sur l'hypothèse d'indépendance et, d'autre part, sur les méthodes stochastiques qui intègrent l'incertitude et la variabilité des sinistres futurs dans l'estimation des provisions. En adoptant ces approches, les entreprises d'assurance peuvent améliorer la précision de leurs évaluations des sinistres et des provisions, ce qui leur permet de mieux anticiper et gérer les fluctuations du marché. Ainsi, le renforcement de la stabilité financière des entreprises d'assurance, en permettant une évaluation plus fine des risques et une gestion plus robuste des réserves techniques.

Keywords—Modélisation, provision techniques, méthodes déterministes, méthodes stochastiques, et l'assurance non-vie

I. INTRODUCTION

L'assurance constitue l'un des piliers les plus importants pour une bonne santé économique d'un pays afin de mutualiser les risques et éviter les catastrophes qui peuvent nuire à l'économie, par le transfert des risques dans le cadre d'un contrat d'assurance et conformément à la réglementation en vigueur. Cependant, le cycle de production des assurances est particulièrement problématique, dans la mesure où la prime est déterminée sans connaître le coût de revient réel. Cela est dû au fait que la survenance du sinistre se réalise après la conclusion du contrat et paiement de la prime émise. L'assurance consiste à transférer, en tout ou en partie, les conséquences financières du risque de l'assuré vers l'entreprise d'assurance, d'où la notion de provisions techniques.

L'objectif de l'article est de présenter les différentes méthodes de modélisation des provisions techniques en assurance Non-Vie. Pour cela, nous réaliserons un benchmark des méthodologies issues des modèles statistiques qui contribuent au développement des sciences actuarielles et de la gestion des risques. Cette analyse se fera à travers l'étude de la problématique suivante : « **Dans quelle mesure peut-on considérer que la modélisation entre les sous-branches de l'assurance Non-Vie peut apporter une nouvelle perspective sur les provisions techniques ?** »

Pour répondre à cette problématique, l'article présente les principaux piliers des provisions techniques (déterministes et stochastiques).

II. LA PROVISION TECHNIQUE

En assurance non-vie, les provisions techniques est l'ensemble des provisions évaluées par les compagnies d'assurance et/ou de réassurance suffisantes pour le règlement intégral de leur engagement technique vis-à-vis

des assurés ou bénéficiaires de contrats. Les provisions techniques en assurances non-vie sont principalement des provisions pour sinistres à payer (PSAP), des provisions pour primes non acquises (PPNA), des provisions pour risques en cours et des provisions pour égalisation.

A. La Provision pour Sinistre à Payer (PSAP)

La provision pour sinistres à payer est l'actualisation des flux futurs engendrés par les sinistres survenus avant la date d'inventaire

(fin d'année «31/12/N »), mais non encore réglés. Ces flux comprennent donc les prestations et les frais liés à ces prestations. PSAP constitue la part la plus importante ; elle représente en moyenne 85 % des provisions des compagnies d'assurance non-vie.

Provision pour Sinistres Survenus non Déclarés (IBNR)

Ce type découle de la problématique des provisions qui mets l'accent sur l'aspect aléatoire du risque ainsi que la projection de la compagnie vers le futur en termes d'engagement.

En effet, nous distinguons deux types de Provisions IBNR :

–La provision IBNYR (Incurred But Not yet Reported):

Les réserves IBNYR permettent de prendre en compte les sinistres tardifs. Pratiquement, les assurés peuvent tomber en cas de sinistre à une date donnée, sans qu'ils appellent soit sur le champ ; la période entre la date de survenance et la date de déclaration du sinistre constitue le champ d'intérêt de cette provision.

–La provision « IBNER » (Incurred But Not enough Reported):

La provision IBNER correspond aux provisions pour sinistres déclarés mais non suffisamment provisionnés. Elle vient compléter les provisions dossier-dossier pour les sinistres ouverts. Elle reflète des changements plus globaux dans le processus de gestion des sinistres, etc.

Si la Provision pour sinistre à payer se base sur les dossiers déjà ouverts (sinistres déclarés), la Provision IBNR a pour objectif d'estimer d'abord le nombre de sinistres non encore déclarés (mais survenus) et en second lieu évaluer leurs provisions relatives. Nous constatons donc que le risque d'erreur dans ce type de provisions est plus élevé vu qu'ils existent au moins 2 inconnus (nombre de dossiers + Montant règlements futurs).

Ainsi nous présentons dans la figure suivante la répartition de la charge de sinistre :

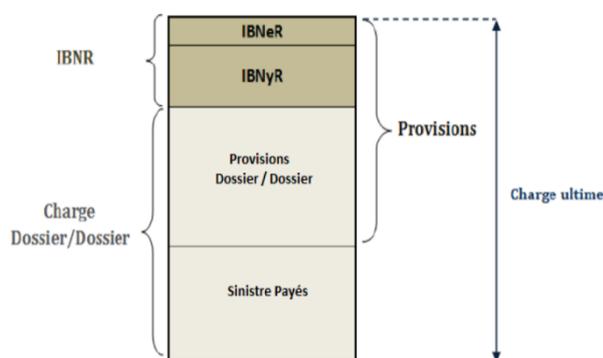


Fig. 1: Répartition de la charge de sinistre

La charge ultime se compose donc de 3 composantes principales, qui sont :

- Les sinistres payés : les sinistres réglés soient par garanties/prestations ou par flux de remboursement auprès de l'assuré.

- La provision PSAP évaluée par méthode Dossier / Dossier
- IBNR qui complète la provision afin de garantir un niveau de Solvabilité suffisant.

B. Provisions pour Primes non Acquises

Provisions pour primes non acquises une provision mis en place à constater, pour l'ensemble des contrats qui sont en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période entre la date d'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime à renouveler en terme du contrat.

III.

MÉTHODES DE PROVISIONNEMENT

La modélisation qui consiste à produire des modèles mathématiques et de calculs d'indicateurs permettant de piloter l'entreprise et de produire les éléments attendus dans le cadre de nouvelles normes comptables et de Solvabilité. Modéliser veut dire mettre en place des formules mathématiques pour le fonctionnement de l'entreprise allant des simples projections de flux à la modélisation du comportement des assurés et du management de de l'entreprise.

Les méthodes de calcul de provisions en assurance non-vie se basent sur les données historiques. Les données sont agrégées être groupées dans un triangle de liquidation «de développement ». Ce triangle est composé des montants réglés par la compagnie d'assurance pour honorer ses engagements vis-à-vis de ses clients.

A. Méthodes Déterministes

Estimation des Provision technique et surtout la PSAP, l'usage des modèles économétriques est l'un des méthode outil qui minimise les erreurs et s'approche relativement de la réalité.

1) Méthode de Chain Ladder :

Les méthodes de Chain Ladder font partie des méthodes déterministes les plus connues et les plus répandues dans le calcul des provisions.

L'idée repose sur l'usage de coefficients de multiplication (facteurs de développement). Ces coefficients sont utilisés pour prévoir la partie inconnue du triangle de développement.

Les hypothèses de base de la méthode Chain Ladder sont :

- **H1** : les années de survenances sont indépendantes,
- **H2** : la cadence des règlements est régulière.

– Principe de calcul de la méthode

Le principe de la méthode de Chain Ladder est de considérer que l'évolution des sinistres est gouvernée par des facteurs de développement λ_j qui dépendent uniquement de l'année de développement j . Cela revient à supposer que les : $C_{i,j+1}$ et $C_{i,j}$ sont liés par le modèle suivant :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j * C_{i,j}$$

pour $i = \{1, \dots, n\}$, $j = \{1, \dots, n-1\}$.

– Elaboration du triangle de développement

Pour obtenir le montant des provisions, nous devons estimer les montants de la partie inférieure du triangle de développement à partir de l'information disponible dans la partie supérieure de celui-ci.

$i \backslash j$	1	2	...	$n-1$	n	
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$	0
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$C_{2,n-1}$	$\hat{C}_{2,n}$	$\hat{R}_2 = \hat{C}_{2,n} - C_{2,n-1}$
...
$n-1$	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$...	$\hat{C}_{n-1,n-1}$	$\hat{C}_{n-1,n}$	$\hat{R}_{n-1} = \hat{C}_{n-1,n} - C_{n-1,2}$
n	$C_{n,1}$	$\hat{C}_{n,2}$...	$\hat{C}_{n,n-1}$	$\hat{C}_{n,n}$	$\hat{R}_n = \hat{C}_{n,n} - C_{n,1}$

- n = nombre maximal d'années nécessaires pour clore un sinistre et le régler en totalité ;
- i = indice des années de survenance des sinistres ($i = 1, \dots, n$) ;
- j = indice des années de développement ou de déroulement ($j = 1, \dots, n$) ;
- $C_{i,j}$ = montant des sinistres survenus l'année i et payés après j années de développement.

– Mise en place des hypothèses

Sous les hypothèses (H1) et (H2), les coefficients de développement sont estimés de la façon suivante :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=2}^n C_{i,j+1}}{\sum_{i=2}^n C_{i,j}} \quad \text{Pour } j = \{1, \dots, n-1\}$$

Ensuite, grâce à ces coefficients, on évalue la partie inférieure du triangle des règlements cumulés :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j * C_{i,j} \quad \text{pour } i = \{1, \dots, n\}, j = \{1, \dots, n-1\}.$$

Afin de calculer les provisions :

$$\hat{R} = \hat{C}_{1,n} - \widehat{C}_{1,n+1-1}$$

Et la réserve totale :

$$\hat{R} = \sum_{i=2}^n \hat{R}_i$$

2) Méthode de London Chain :

La méthode de London Chain est une généralisation de la méthode de Chain Ladder, où la dynamique d'évolution des paiements cumulés ne dépend pas uniquement des coefficients de développement, mais également d'une composante constante.

On a donc le modèle suivant :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j * C_{i,j} + \alpha_j$$

Pour $i = \{1, \dots, n\}, j = \{1, \dots, n-1\}$.

– Estimation des coefficients

Le principe de la méthode de London Chain est de déterminer les valeurs des coefficients λ_j et α_j tels que les écarts entre les montants cumulés réels $C_{i,j+1}$ et ceux prédits par le modèle $C_{i,j+1} = \lambda_j * C_{i,j} + \alpha_j$ soient minimisés.

On utilise la méthode des moindres carrés :

$$(\hat{\lambda}_j, \hat{\alpha}_j) = \arg \min [(C_{i,j+1} - \lambda_j * C_{i,j} - \alpha_j)]$$

La précision de la méthode London Chain donne une réserve totale de la provision technique plus grand que celle de la méthode Chain Ladder.

B. Méthodes Stochastiques

Un modèle stochastique suppose que la variable à modéliser possède un élément aléatoire.

1) Méthode de Mack :

La méthode paramétrique de Mack est la version stochastique de la méthode de Chain Ladder. Elle fournit une estimation de la moyenne et de l'écart-type pour les estimateurs : la réserve individuelle \hat{R}_i et de la réserve totale \hat{R} qui représente les provisions techniques à constituer, ce qui va nous permettre de la modéliser à l'aide d'une loi normale ou log-normale.

Le modèle déterministe de Chain Ladder

$$C_{i,j+1} = \lambda_j * C_{i,j}$$

pour $i = \{1, \dots, n\}, j = \{1, \dots, n-1\}$.

Devient, en stochastique :

$$E(C_{i,j+1}) = \lambda_j * E(C_{i,j})$$

pour $i = \{1, \dots, n\}, j = \{1, \dots, n-1\}$.

Le modèle de Mack s'appuie sur 3 hypothèses :

$$H_1 : \{ C_{i,1}, \dots, C_{i,n} \}, \{ C_{j,1}, \dots, C_{j,n} \} ;$$

i et j sont indépendants ;

$$H_2 : E \left[\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,1}}, \dots, C_{i,k} \right] = \lambda_k * C_{i,k} ;$$

Avec $i=1 \dots n$ et $k=1 \dots n-1$

$$H_3 = \text{Var} [C_{i,k+1} / C_{i,1}, \dots, C_{i,k}] = \sigma_k^2 * C_{i,k}$$

Sous ces hypothèses Mack a montré que ce modèle stochastique permet d'obtenir exactement les mêmes montants de provision que la méthode standard de Chain-Ladder, qui est la référence en matière de provisionnement.

- Estimation des paramètres

On introduit les termes $\lambda_0, \dots, \lambda_k$ qui vérifient : $\forall k \in \{1, \dots, j-1\}$

$$\frac{\lambda_{k+1}}{f_{k+1}} \quad \text{Avec } \lambda_j = 1$$

Ainsi, $\forall i \in \{1, \dots, I\}$:

$$E \left(\frac{C_{i+k}}{\lambda_k} \mid C_{i+1}, \dots, C_{i+k-1} \right) = \frac{C_{i,k-1}}{\lambda_{k-1}}$$

2) Modèle Linéaire Généralisé (GLM) :

Afin d'établir une comparaison avec les modèles statistiques classiques, un modèle linéaire généralisé est implémenté. En régression linéaire classique, une variation constante d'un prédicteur entraîne une variation constante de la variable expliquée, peu importe le point de l'ensemble de définition considéré. La relation de dépendance entre la sortie et les régressions est donc exclusivement linéaire. Les GLM permettent de modéliser une dépendance non linéaire dans le sens où c'est l'image de la variable réponse par une fonction arbitraire g (appelée fonction de lien) qui dépend linéairement des variables explicatives.

Formellement, soit Y_i le vecteur du PSAP et X_i est la matrice de caractéristiques, β est le vecteur de paramètre de modèle, et ε_i représentent l'erreur (incertitude), tels que ($i=1, \dots, N$) est les numéros de contrat, ($t=1, \dots, T$) est la période, et ($j=1, \dots, J$) est le nombre de caractéristique.

La première étape de conception consiste à postuler un modèle prédictif de la forme :

$$Y_i = f(X_i, \beta) + \varepsilon_i$$

Où

$$Y_i = \begin{bmatrix} Y_{i1} \\ Y_{i2} \\ \vdots \\ Y_{iT} \end{bmatrix}, X_i = \begin{bmatrix} X_{i11} & X_{i21} & \dots & X_{iJ1} \\ X_{i12} & X_{i22} & \dots & X_{iJ2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ X_{iT1} & X_{iT2} & \dots & X_{iTJ} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_J \end{bmatrix} \text{ and } \varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} \end{bmatrix}$$

N est le nombre total des assurés, J est le nombre total des sinistres, et T la période totale.

La fonction de régression est inconnue et nous cherchons à l'estimer à partir des mesures (Y_i, X_i) dont nous disposons dans l'échantillon.

Il s'agit d'un problème de régression non-paramétrique puisqu'essentiellement aucune contrainte a priori n'est imposée à la fonction de régression f , contrairement aux modèles paramétriques comme le modèle de régression linéaire.

La deuxième étape consiste à estimer la valeur de β à partir des mesures disponibles.

Le but est de construire un algorithme qui va apprendre à prédire la valeur de Y_i en fonction des valeurs explicatives X_i i.e. $E(Y_i|X_i)$. Le résultat de cet apprentissage est une unique fonction notée $\hat{Y}_i = \hat{f}(X_i, \beta)$ qui affecte les variables X_i et le paramètre de complexité β . L'agrégation des prédictions de N contrats revient par exemple à en faire la moyenne : chaque prédicteur fournit un $\hat{Y}_i = \hat{f}(X_i, \beta)$ ($i=1, \dots, N$), et la prédiction finale est alors, $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{Y}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{f}(X_i, \beta)$

IV.

CONCLUSION

En conclusion, l'assurance joue un rôle crucial pour la sécurité des individus et des entreprises, favorisant ainsi la croissance économique et social. Grace aux garanties fournies aux assurés et aux indemnités versées aux victimes, l'assurance joue un rôle déterminant dans la promotion du bien-être social.

Elle permet de compenser les risques en répondant aux besoins de protection des patrimoines (faceaux dommages ou dans le cadre de la responsabilité civile) et d'assurer la sécurité des personnes (en cas d'accidents corporels, de maladies ou de décès).

Pour prospérer, cette industrie doit cependant s'appuyer sur une société bien structurée économiquement et socialement, un système financier robuste, ainsi qu'un cadre législatif cohérent. Cette nécessité explique en partie le retard significatif de l'offre assurantielle dans les pays en développement.

Par ailleurs, les assureurs doivent relever un défi majeur : la modélisation des provisions entre les différentes sous-branches. Pour y parvenir, il est essentiel de développer des solutions d'assurance adaptées, favorisant une meilleure gestion de la solvabilité des entreprises d'assurance.

Dans cette optique, nous avons adopté une démarche académique visant à présenter les modèles pour estimation des provisions sinistre à payer à travers une étude théorique, en s'intéressant en premier lieu aux concepts fondamentaux des provisions techniques et ces différents types tels que les PSAP, IBNR et les PPNA

qui constituent notre thème de recherche. Puis nous avons cerner les différentes méthodes du provisionnement déterministe et stochastique,

Plusieurs pistes de réflexion peuvent être explorées pour s'adapter aux évolutions du secteur et optimiser le choix des modèles. Cela inclut notamment l'intégration de l'intelligence artificielle, qui pourrait améliorer la précision des prévisions et la gestion des données. En adoptant une approche innovante, les entreprises d'assurance peuvent ainsi contribuer à la stabilité économique et à la protection sociale.

Ainsi, je termine la conclusion de cet article avec cette citation :

« Le provisionnement n'est pas un problème de modélisation complexe et sophistiqué, mais plutôt un exercice de choix de modèle ». Hans Bühlmann.

REFERENCES

- [1] A., K. G. (1974). Uniform Representations of Bivariate Distributions. Florida.
- [2] A.L, T. (2014). Estimation de l'erreur de prédiction dans le cas de l'utilisation d'une combinaison de méthodes pour le calcul de provision. Paris : EURIA.
- [3] Abdallah A., B. J. (2015). Modeling dependence between loss triangles with hierarchical copulas. The Journal of the IAA.
- [4] Boussabat, B. (2020). Intelligence Artificielle notre meilleur espoir. Lucpère éditions.
- [5] Boussabat, B. (s.d.). L'intelligence artificielle dans le monde d'aujourd'hui. 2021: Lucpère éditions.
- [6] CHAUCHAOU, L. (2018). ESTIMATION DES PROVISIONS TECHNIQUES EN ASSURANCES AUTOOBILE SELON LA THEORIE DES COPULES. Algérie.
- [7] E.A, F. E. (2012). Hierarchical Insurance Claims Modeling. Journal of the American Statistical Association.
- [8] Elise, L. (2006). Une méthode alternative de provisionnement stochastique en Assurance Non Vie : Les Modèles Additifs Généralisés.
- [9] F., P. (2004). Assurance non-vie. Paris.
- [10] H., J. (1997). Multivariate Models and Dependence Concepts. London: Chapman and Hall.
- [11] J. Faraway, J. (2006). Extending the Linear Model with R: Generalized Linear, Mixed Effects and Nonparametric Regression Models.
- [12] Jean-Luc, P. C. (s.d.). Assurance non-vie - Modélisation, Simulation, . 2005: Economica.
- [13] K., A. (2010). Structure de dépendance des générateurs de scénarios économiques -Modélisation et simulation. Bretagne: EURIA.
- [14] M., M. J. (2017). Simulating Copulas Stochastic Models, Sampling Algorithms and Applications. World Scientific Publishing, Singapore.
- [15] NELSEN, R. B. (1999). An introduction to copulas. Springer.
- [16] ORTIZ, L. (2019). Eléments d'Intelligence Artificielle faible en Provisionnement Non-Vie 'Institut des actuaires.
- [17] Paul Embrechts, A. M. (2001). Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management.
- [18] PLANCHET, F. (2010). Dépendance stochastique : Introduction à la théorie des copules. Paris.
- [19] R., V. (2011). Modélisation de la dépendance entre les garanties applicables en assurance automobile.
- [20] R.B., N. (2007). An introduction to Copulas. Springer.
- [21] Villani. (2008). Donner un sens à l'intelligence artificielle.
- [22] Yan, J. (2007). Enjoy the Joy of Copulas: With a Package copula.